

Буравлев А.И.

Доктор технических наук, профессор

Монин С.А

### Задача оптимальной корректировки ГОЗ в процессе реализации программных мероприятий ГПВ

*В статье приводится постановка задачи корректировки ГОЗ на очередной расчетный год в условиях ограниченного финансирования и изменяющихся потребностей ВС РФ в вооружении и военной технике и предлагается методический подход к ее решению, основанный на применении метода множителей Лагранжа.*

В соответствии с принятой в настоящее время методологией, управление развитием вооружения и военной техники (ВВТ) осуществляется на плановой основе посредством разработки и реализации государственной программы вооружения (ГПВ) и ежегодного государственного оборонного заказа (ГОЗ) [1]. В ГПВ задаются долгосрочные цели, а при их реализации через ГОЗ учитываются текущие приоритеты управления развитием ВВТ. Основное содержание ГПВ составляют мероприятия по закупке, ремонту и модернизации ВВТ. Номенклатура и затраты на научно-исследовательские и опытно-конструкторские работы считаются заданными и в дальнейшем не рассматриваются.

При долгосрочном планировании в ГПВ по объективным причинам не могут быть учтены все условия, оказывающие влияние на ее реализацию. К ним, в частности, относятся случайный характер изменения технического состояния ВВТ в войсках, изменение потребностей в ВВТ в связи с изменением геополитических и экономических условий и других обстоятельств. В процессе реализации заданий ГПВ через ГОЗ возможен также срыв запланированных мероприятий по причине сокращения финансирования, неготовности предприятий промышленности выполнить плановые задания в установленные сроки, удорожания продукции, задержки сроков окончания смежных мероприятий.

Все это приводит к необходимости оперативной корректировки ГОЗ с учетом текущих условий его реализации, при условии соблюдения основной траектории развития системы вооружения, заложенной в ГПВ. Существующая методика оперативной корректировки ГОЗ [2] основана на ранжировании программных мероприятий по важности,

при этом не предусмотрена возможность отклонения от запланированных в ГПВ мероприятий в случае изменения потребности ВС РФ в вооружении.

В связи с этим, возникает задача разработки методики корректировки ГОЗ на ближайший период, позволяющей определять оптимальное соотношение между объемами серийных поставок, ремонта и модернизации ВВТ на очередной плановый год в условиях ограниченного финансирования и изменяющихся потребностей ВС РФ в вооружении и военной технике.

#### Постановка задачи.

Пусть в результате планирования на период  $T$  сформирована ГПВ в части серийных поставок, ремонта и модернизации ВВТ  $U(T) = \{u(1), u(2), \dots, u(T)\}$ , состоящая из последовательности годовых срезов (ГОЗ)  $u(t)$  по годам программного периода  $t = 1, 2, \dots, T$ . Государственный оборонный заказ включает в себя плановые объемы серийных поставок  $u_1(t)$ , ремонта  $u_2(t)$  и модернизации  $u_3(t)$  ВВТ.

Обозначим  $u_1^*(t), u_2^*(t), u_3^*(t)$  потребные объемы поставок, ремонта и модернизации ВВТ для расчетного года  $t$ , которые в силу описанных выше причин могут отличаться от запланированных в ГПВ объемов поставок. Для определения потребных объемов поставок ВВТ необходимо иметь модель прогнозирования технического состояния ВВТ в войсках с учетом реализованных мероприятий ГПВ (ГОЗ) на предыдущих шагах. Такая модель разработана в [3] для обоснования опорных вариантов ГПВ в час-



ти серийных поставок, ремонта и модернизации ВВТ.

Обозначим  $\mathbf{x}(t) = (x_1(t), x_2(t), x_3(t))$  вектор искомых значений поставок, ремонта и модернизации ВВТ к моменту  $t$ ;

$$\Delta_1 = u_1^*(t) - x_1(t), \quad \Delta_2 = u_2^*(t) - x_2(t),$$

$\Delta_3 = u_3^*(t) - x_3(t)$  - отклонения искомых (ожидаемых) объемов ВВТ от потребных. Для разных категорий ВВТ эти отклонения будут по-разному влиять на оснащенность и боевые возможности воинских формирований. Для учета степени этого влияния введем нормированные коэффициенты важности

этих отклонений  $\alpha_i \geq 0$ ,  $\sum_{i=1}^3 \alpha_i = 1$ . Эти коэффициенты определяются методом экспертного оценивания степени влияния отклонений программных мероприятий от плановых на состояние парка ВВТ. Суммарное отклонение потребной численности ВВТ от ожидаемой численности (дисбаланс) представим в виде взвешенного среднеквадратического значения

$$\Delta(\mathbf{x}(t)) = \sqrt{\sum_{i=1}^3 \alpha_i \Delta_i^2(t)} = \sqrt{\sum_{i=1}^3 \alpha_i (u_i^*(t) - x_i(t))^2}, \quad (1)$$

с учетом важности отклонений по каждой категории ВВТ.

Для реализации искомых объемов поставок, ремонта и модернизации ВВТ необходимы финансовые и материальные ресурсы

$$C(\mathbf{x}(t)) = \sum_{i=1}^3 c_i(t)x_i(t), \quad \text{где } c_1(t), c_2(t), c_3(t)$$

-стоимость поставки нового, отремонтированного и модернизированного образца ВВТ в текущих ценах.

Искомый объем поставок ВВТ  $\mathbf{x}(t)$  должен удовлетворять следующим требованиям:

1) при заданном дисбалансе  $\hat{\Delta}$  ожидаемые затраты на поставку, ремонт и модернизацию ВВТ  $C(\mathbf{x}(t))$  были минимальны;

$$L(x_1, x_2, x_3) = \sum_{i=1}^3 c_i(t)x_i(t) + \lambda \left[ \sum_{i=1}^3 \alpha_i (u_i^*(t) - x_i(t))^2 - \hat{\Delta}^2 \right],$$

где  $\lambda > 0$  - неопределенный множитель Лагранжа.

2) при выделенном объеме финансирования  $\hat{C}$  общий дисбаланс по всем категориям ВВТ должен быть минимальным.

С учетом сказанного получаем следующие задачи оптимальной коррекции ГОЗ.

**Задача 1.** Требуется определить объемы ожидаемых поставок  $x_1(t)$ , ремонта  $x_2(t)$  и модернизации  $x_3(t)$ , обеспечивающих минимум затрат на расчетный год

$$C(\mathbf{x}(t)) = \sum_{i=1}^3 c_i(t)x_i(t) \Rightarrow \min_{\mathbf{x}(t)} \quad (2)$$

при заданном уровне дисбаланса

$$\Delta(\mathbf{x}(t)) = \sqrt{\sum_{i=1}^3 \alpha_i (u_i^*(t) - x_i(t))^2} \leq \hat{\Delta}; \quad \sum_{i=1}^3 \alpha_i = 1. \quad (3)$$

Решение данной задачи необходимо для обоснования минимально-допустимого уровня финансирования мероприятий ГОЗ, обеспечивающего приемлемый дисбаланс поставок, ремонта и модернизации ВВТ.

**Задача 2.** Требуется определить ожидаемые объемы  $x_1(t)$ ,  $x_2(t)$ ,  $x_3(t)$ , обеспечивающие минимальный дисбаланс

$$\Delta(\mathbf{x}(t)) = \sqrt{\sum_{i=1}^3 \alpha_i (u_i^*(t) - x_i(t))^2} \Rightarrow \min_{\mathbf{x}(t)} \quad (4)$$

при условии ограниченных суммарных затрат

$$C(\mathbf{x}(t)) = \sum_{i=1}^3 c_i(t)x_i(t) \leq \hat{C}; \quad \sum_{i=1}^3 \alpha_i = 1. \quad (5)$$

Решение данной задачи позволит обосновать оптимальные объемы поставок, ремонта и модернизации ВВТ при ограниченном финансировании.

Рассмотрим методику решения сформулированных выше задач.

**Решение задачи 1.**

Для решения данной задачи предлагается использовать метод Лагранжа. Составим функцию Лагранжа, представляющую собой сумму целевой функции и невязки ограничения



Далее зависимость переменных от времени можно опустить, поскольку в задаче рассматривается только один плановый год.

Дифференцируя функцию Лагранжа по параметрам  $x_1, x_2, x_3$  и приравнявая производные к нулю, получаем систему уравнений для их определения

$$x_i = u_i^* - \frac{c_i}{2\lambda\alpha_i}; \quad (i = 1, 2, 3) \quad (6)$$

Неопределенный множитель Лагранжа  $\lambda$  находим из неравенства (3),

$$\lambda \geq \frac{1}{2\hat{\Delta}} \sqrt{\sum_{i=1}^3 \frac{c_i^2}{\alpha_i}}$$

Минимум целевой функции (2) достигается при минимально допустимом значении  $\lambda$ , т.е. при

$$\lambda = \frac{1}{2\hat{\Delta}} \sqrt{\sum_{i=1}^3 \frac{c_i^2}{\alpha_i}} \quad (7)$$

Для того, чтобы убедиться, что значения  $u_i^*$  обеспечивают минимум целевой функции, найдем вторые частные производные функции Лагранжа

$$\frac{\partial^2 L}{\partial x_i^2} = 2\lambda\alpha_i > 0$$

Так как, вторые производные положительны, то функция Лагранжа достигает минимума на решении (6).

Решение задачи 2.

По аналогии с первой задачей составим функцию Лагранжа

$$L(x_1, x_2, x_3) = \sum_{i=1}^3 \alpha_i (x_i - u_i^*)^2 + \lambda \left[ \sum_{i=1}^3 c_i x_i - \hat{C} \right].$$

Находим частные производные функции Лагранжа, приравниваем их к нулю и получаем систему уравнений для неизвестных параметров ГОЗ

$$x_i = u_i^* - \frac{\lambda c_i}{2\alpha_i}; \quad (i = 1, 2, 3) \quad (8)$$

и неопределенным множителем

$$\lambda = \frac{\sum_{i=1}^3 c_i u_i^* - \hat{C}}{\sum_{i=1}^3 \frac{c_i^2}{2\alpha_i}} \quad (9)$$

Из выражений (8) и (9) следует область допустимых значений  $\hat{C}$ , при которых задача имеет решение. Согласно физическому смыслу  $x_i \geq 0$  и  $\lambda \geq 0$ , тогда

$$\min_i \left\{ \sum_{i=1}^3 c_i u_i^* - \frac{\alpha_i u_i^*}{c_i} \sum_{i=1}^3 \frac{c_i^2}{\alpha_i} \right\} \leq \hat{C} \leq \sum_{i=1}^3 c_i u_i^*$$

Таким образом, для каждого будущего момента времени  $t$  можно произвести коррекцию ГОЗ, исходя либо из заданного дисбаланса между потребным и планируемыми объемами ГОЗ, либо из заданного бюджета ГОЗ. Данная коррекция рассчитана только на ближайший год программного периода. Для увеличения периода коррекции необходимо осуществлять более глубокий прогноз потребностей ВВТ и по ним решать задачу о коррекции ГОЗ на определенном интервале времени.

Рассмотрим примеры решения задач 1 и 2.

Пример 1.

В таблице 1 приведены данные по планируемому и потребным объемам поставок, ремонта и модернизации образца ВВТ определенного типа. Задана допустимая величина дисбаланса по численности данных образцов ВВТ, не превышающая 5% от их общей численности. Известны коэффициенты важности для каждой категории образцов ВВТ. Требуется скорректировать объем ГОЗ для очередного планового года.

Решение. По формуле (7) рассчитываем неопределенный множитель Лагранжа для

$$\hat{\Delta} = 0,05N, \quad \text{где} \quad N = \sum_{i=1}^3 u_i^* = 36$$

Его величина составляет  $\lambda = 15,9$ . Далее по формуле (6) рассчитываются оптимальные объемы ВВТ по разным категориям при заданном уровне дисбаланса общей численности ВВТ.



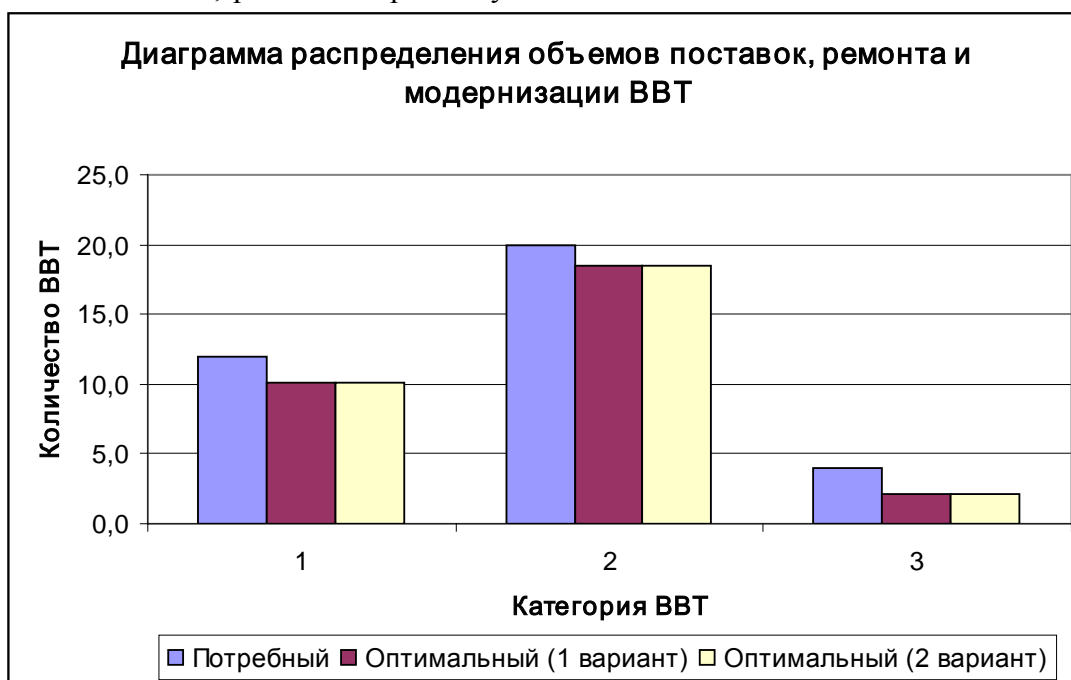
Таблица 1.

Объем ГОЗ по категориям ВВТ	Потребный объем	Коэффициент значимости	Стоимость $c$ ,	Ожидаемый объем
Серийные поставки	12	0,5	30	10,1
Капитальный ремонт	20	0,25	12	18,5
Модернизация	4	0,25	15	2,1
Суммарный объем ГОЗ	36		557,0	30,7

Оптимальные объемы ВВТ при заданном дисбалансе приведены в последнем столбце таблицы 1. Объем финансирования ГОЗ при этом составляет  $C^* \approx 557,0$  у.е., что на 16% меньше от потребного объема финансирования. Это уменьшение произошло за счет перераспределения объемов между разными категориями ВВТ. Дробные значения  $x_i$  интерпретируются как целое количество ВВТ закупаемого, ремонтируемого или модернизируемого в текущем году и создаваемый задел на следующий год программного периода.

**Пример 2.** Зададим максимальный бюджет ГОЗ в объеме, равном потребному бюд-

жету ГОЗ в первом примере ( $\hat{C} \approx 557,0$  у.е.). Рассчитаем по формуле (9) значение неопределенного множителя  $\lambda = 0,06$  и оптимальные значения объемов ВВТ  $x_1 = 10,1$ ;  $x_2 = 18,5$ ;  $x_3 = 2,1$ . Как и ожидалось, мы получили те же самые расчетные объемы ГОЗ, что и в первой задаче. На рисунке 1 представлена диаграмма распределения потребного и оптимального объемов поставки, ремонта и модернизации ВВТ при заданном дисбалансе и бюджете ГОЗ.



**Рисунок 1 - Диаграмма распределения объемов поставок, ремонта и модернизации**

ВВТ при дисбалансе не более  $\hat{\Delta} = 0,05N$  и ограничении по финансированию  $\hat{C} = 557,0$  у.е.

Естественно, что, если бюджет ГОЗ будет отличаться от первого варианта, то мы полу-

чим другое распределение объемов поставки, ремонта и модернизации ВВТ.

На рисунке 2 показано распределение объемов ГОЗ при уровне его финансирования  $\hat{C} = 500,0$ . Оптимальный объем ГОЗ имеет следующее распределение по катего-

риям ВВТ:  $x_1 = 9,1$  ед.,  $x_2 = 17,7$  ед.,  
 $x_3 = 1,1$  ед.

При этом максимальный дисбаланс общей численности не превышает также 7,7% от общей численности ВВТ.

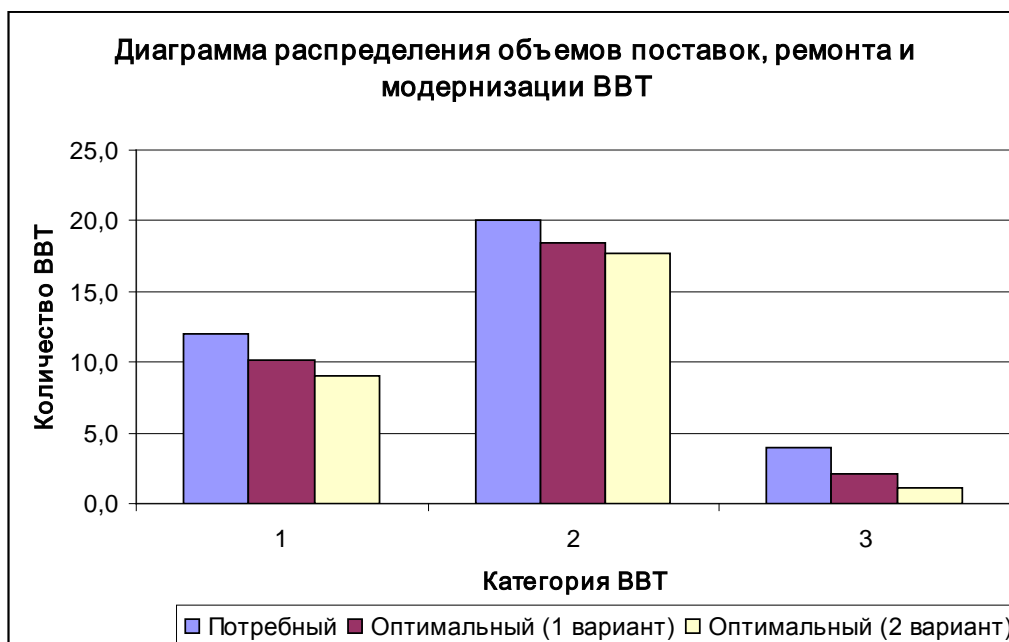


Рисунок 2 - Диаграмма распределения объемов поставок, ремонта и модернизации ВВТ при ограничении по финансированию

$\hat{C} = 500,0$  у.е.

вариант распределения  $x_1 = 11,6$  ед.,

При выделении финансирования ГОЗ в большем объеме, чем было получено в примере 1 (например,  $\hat{C} = 640,0$  у.е.), получаем

$x_2 = 19,7$  ед.,  $x_3 = 3,6$  ед. близкий к потребному варианту с величиной дисбаланса менее 1% (рисунок 3).

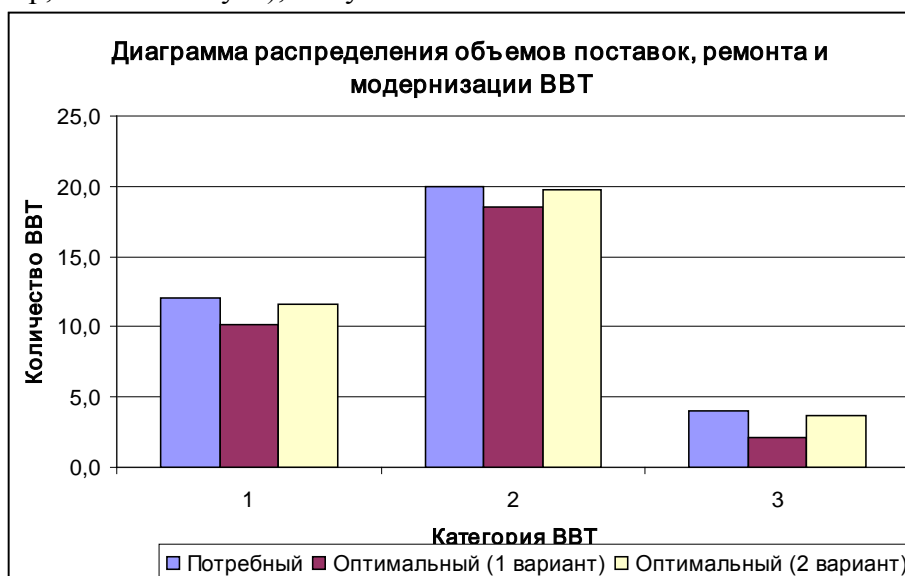


Рисунок 3 - Диаграмма распределения объемов поставок, ремонта и модернизации ВВТ при ограничении по финансированию  $\hat{C} = 640,0$  у.е.

На рисунке 4 представлен графики зависимости значений переменных  $x_1, x_2, x_3$  от объемов финансирования  $\hat{C}$ .

В рассматриваемом примере область допустимых значений  $\hat{C}$  составляет  $440 \leq \hat{C} \leq 660$ . При  $\hat{C} > 660$  не выполняется условие не отрицательности  $\lambda$ , а при



$\hat{C} < 440$  получаются отрицательные значения объемов модернизации  $x_3$ . Это говорит о нецелесообразности проведения мероприятий модернизации при данном уровне финансирования. При финансировании ниже данного уровня необходимо исключить мероприятия модернизации из условий задачи (

$x_3 = 0$ ), задать новые коэффициенты значимости  $\alpha_i$  и решать рассматриваемую задачу уже для двух переменных  $x_1, x_2$ .

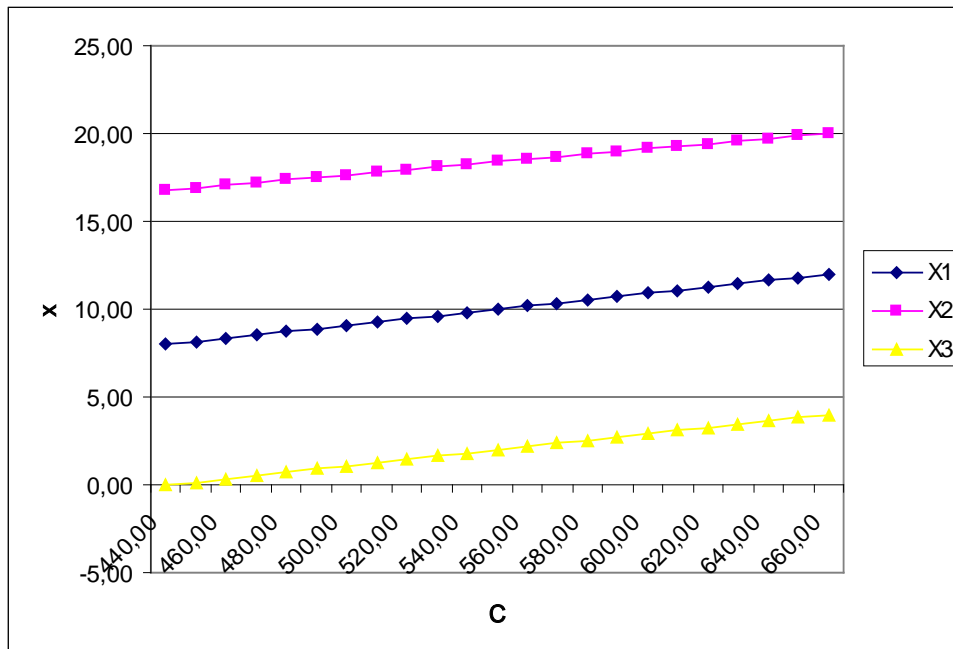


Рисунок 4 - Графики зависимости значений переменных  $x_1, x_2, x_3$  от объемов финансирования  $\hat{C}$ .

Приведенные примеры показывают практическую возможность применения предлагаемого подхода к коррекции ГОЗ с учетом разных ситуаций, возникающих в процессе реализации ГПВ.

Изложенный в настоящей статье подход к решению задачи оптимальной корректировки ГОЗ позволяет определять оптимальные объемы закупаемой, ремонтируемой и модернизируемой техники при заданном объе-

ме финансирования, либо при заданном допустимом дисбалансе между потребными и реализуемыми объемами мероприятий. Приведенные примеры иллюстрируют чувствительность решения к характеру и параметрам решаемых задач, что позволяет сделать вывод о возможности применения разработанной методики для практических исследований.

#### Список использованных источников

- 1 Буренок В.М., Ляпунов В.М., Мудров В.И. Теория и практика планирования и управления развитием вооружения - М.: 2005.
- 2 Буренок В.М., Косенко А.А., Лавринов Г.А. Техническое оснащение Вооруженных Сил Российской Федерации: организацион-

ные, экономические и методологические аспекты. – М.: 2007.

3 Буравлев А.И., Пьянков А.А. Модель технического обеспечения войск//Вооружение и экономика. – 2010. - №2(10).