А.А.Пьянков, кандидат технических наук

Использование методов многокритериального выбора в задачах программно-целевого планирования[1]

Рассмотрены задачи однокритериального и многокритериального выбора оптимальных решений при обосновании программ и планов развития ВВТ. Получены алгоритмы многоцелевого выбора парето-оптимальных вариантов ГПВ по векторному критерию «боевой потенциал боеготового ВВТ – стоимость» с использованием дополнительных критериев. Приведен пример, иллюстрирующий работоспособность различных методов в задаче выбора оптимального варианта ГПВ.

Управление развитием вооружения, военной и специальной техники (ВВСТ) в соответствии со сложившейся в последние годы системой программно-целевого планирования (ПЦП) реализуется посредством разработки ряда документов, важнейшим из которых является Государственная программа вооружения (ГПВ) на 10-летний период.

При обосновании ГПВ, в соответствии с [1], решаются следующие основные задачи: формирование единой системы исходных данных, оценка технического состояния системы вооружения, генерация множества вариантов ГПВ и выбор из них рационального, который впоследствии будет положен в основу проекта ГПВ.

При этом наиболее сложным, с научной точки зрения, является процесс выбора рационального или точнее оптимального (относительно выбранных критериев) варианта ГПВ.

Основным критерием выбора такого варианта ГПВ традиционно является «эффективность – стоимость» [2]. В качестве частных показателей эффективности ГПВ могут выступать показатели боеготовности и боевого потенциала ВВТ в составе рассматриваемой группировки войск, в качестве стоимостного показателя выступают суммарные затраты на реализацию программных мероприятий.

В рамках классической задачи оптимизации требуется сформировать вариант ГПВ *U(T)*, обеспечивающий: выполнение нормативных требований по численности $\hat{N}$ и боеготовности ВВТ $\widehat{N_{БГ}}$ в каждый текущий момент времени, достижение требуемого уровня боевого потенциала $\widehat{K_{БП}}$ к концу программного периода при минимизации суммарных затрат $C_{\Sigma}(U(T))$ на реализацию ГПВ (задача 1).

В случае, когда задан лимит выделяемых на ГПВ ассигнований $C_{\Sigma}(U(T)) \leqslant \widehat{C_{\Sigma}}$, в качестве критерия оптимизации может быть выбран максимум боевых возможностей группировки войск $K_{БП}(U(T)) \to \max\limits_{u(T)}$ (задача 2).

Задача 1.

$$\begin{gathered} N'(U(t)) = \hat{N}', \\ K_{БГ}(U(t)) \geqslant \widehat{K_{БГ}};\ (t = 1,2,\ldots,T), \\ K_{БП}(U(T)) \geqslant \widehat{K_{БП}}, \\ C_{\Sigma}(U(T)) = \sum_{t=1}^{T} C_{\Sigma}(u(t)) \to \min\limits_{\boldsymbol{u}(t)}. \end{gathered} \qquad (1)$$

Задача 2.

$$\begin{gathered} N'(U(t)) = \hat{N}', \\ K_{БГ}(U(t)) \geq \widehat{K_{БГ}};\ (t = 1,2,\ldots,T), \\ C_{\Sigma}(U(T)) \leq \widehat{C_{\Sigma}}, \\ K_{БП}(U(T)) \to \max\limits_{\boldsymbol{u}(T)}. \end{gathered} \qquad (2)$$

1 Статья подготовлена при поддержке гранта Президента Российской Федерации для государственной поддержки молодых российских ученых МК-359.2013.10.

Рассмотренные задачи относятся к классу однокритериальных задач линейного программирования и решаются с использованием известных математических методов [3]. Одним из наиболее эффективных методов решения задачи поиска оптимального решения является симплекс-метод [4]. Смысл этого метода заключается в последовательном переходе от одной вершины многогранника ограничений (называемой первоначальной) к соседней, в которой линейная функция принимает лучшее значение по выбранному критерию до тех пор, пока не будет найдено оптимальное решение.

Однако стремление учесть большое количество факторов в задачах обоснования ГПВ делает их сложными и многоаспектными. К тому же не всегда однокритериальные задачи имеют удовлетворяющие решения. Например, в случае задачи 1 полученные суммарные затраты на реализацию программных мероприятий могут превышать макроэкономические прогнозы. Аналогично, в случае задачи 2 полученный боевой потенциал может оказаться намного меньше ожидаемого. В таких случаях становится актуальным решение более сложной многокритериальной задачи с использованием векторного критерия, позволяющей учитывать в моделях большое количество факторов.

В настоящее время существуют различные подходы к решению такого рода задач, одним из которых является метод целевого программирования [5]. В основе этого метода лежит следующая идея – стараться в качестве наилучшего выбрать такой возможный вектор, который в критериальном пространстве расположен ближе всех остальных допустимых векторов к некоторому идеальному или же к целому множеству идеальных векторов. При этом в качестве идеального нередко берется вектор, составленный из максимальных значений компонент векторного критерия, а варьирование метрики для измерения расстояния в критериальном пространстве приводит к целому семейству однотипных методов, которые, однако, могут приводить к различным конечным результатам.

Однако, учитывая различную природу показателей, используемых при выборе наилучшего варианта ГПВ, их физический, оперативно-тактический и экономический смысл, выбор единой метрики, включающей все эти показатели, является сложнейшей задачей, которая не всегда имеет решение. К тому же при использовании большого числа показателей оценки вариантов ГПВ могут возникнуть трудности в реализации методов целевого программирования.

Одним из эффективных методов многокритериального выбора на сегодняшний день является метод последовательного сужения множества Парето [6, 7]. В соответствии с этим методом вариант ГПВ U' считается доминирующим (предпочтительным) над вариантом U по вектору показателей $F(U)=(f_1(U), f_2(U), \dots, f_m(U))$, если выполняются следующие неравенства:

$$f_1(U') \geq f_1(U),$$
$$f_2(U') \geq f_2(U),$$
$$f_m(U') \geq f_m(U).$$

При этом хотя бы одно из неравенств должно быть строгим. В случае рассматриваемого векторного критерия $F(U)=(K_{БГ}(U), K_{БП}(U), \dots, C_{\Sigma}(U))$ должны выполнятся следующие неравенства:

$$K_{БГ}(U') \geq \hat{K}_{БГ}(U);$$
$$K_{БП}(U') \geq \hat{K}_{БП}(U); \qquad (3)$$
$$C_{\Sigma}(U') \leq \hat{C}_{\Sigma}.$$

Два варианта U и U' являются не доминируемыми и не доминирующими, т.е. несравнимыми между собой, если для целевых показателей вектора $F(U')$ и $F(U)$ выполняются неравенства одинакового знака ($\geqslant$ или $\leqslant$). Множество несравнимых (компромиссных) вариантов называется парето-оптимальным решением в задаче многокритериального выбора. Таким образом, идея метода заключается в последовательном исключении из исходного множества вариантов ГПВ доминируемых решений по выбранному критерию. Примене-

ние данного метода предполагает, что отношение предпочтения, используемое ЛПР, должно удовлетворять аксиоматике [6], которая описывает рациональное поведение субъекта в процессе принятия решений. Это гарантирует получение наилучшего результата при использовании метода последовательного сужения множества Парето и не приведет к удалению ни одного потенциально оптимального решения в процессе выбора.

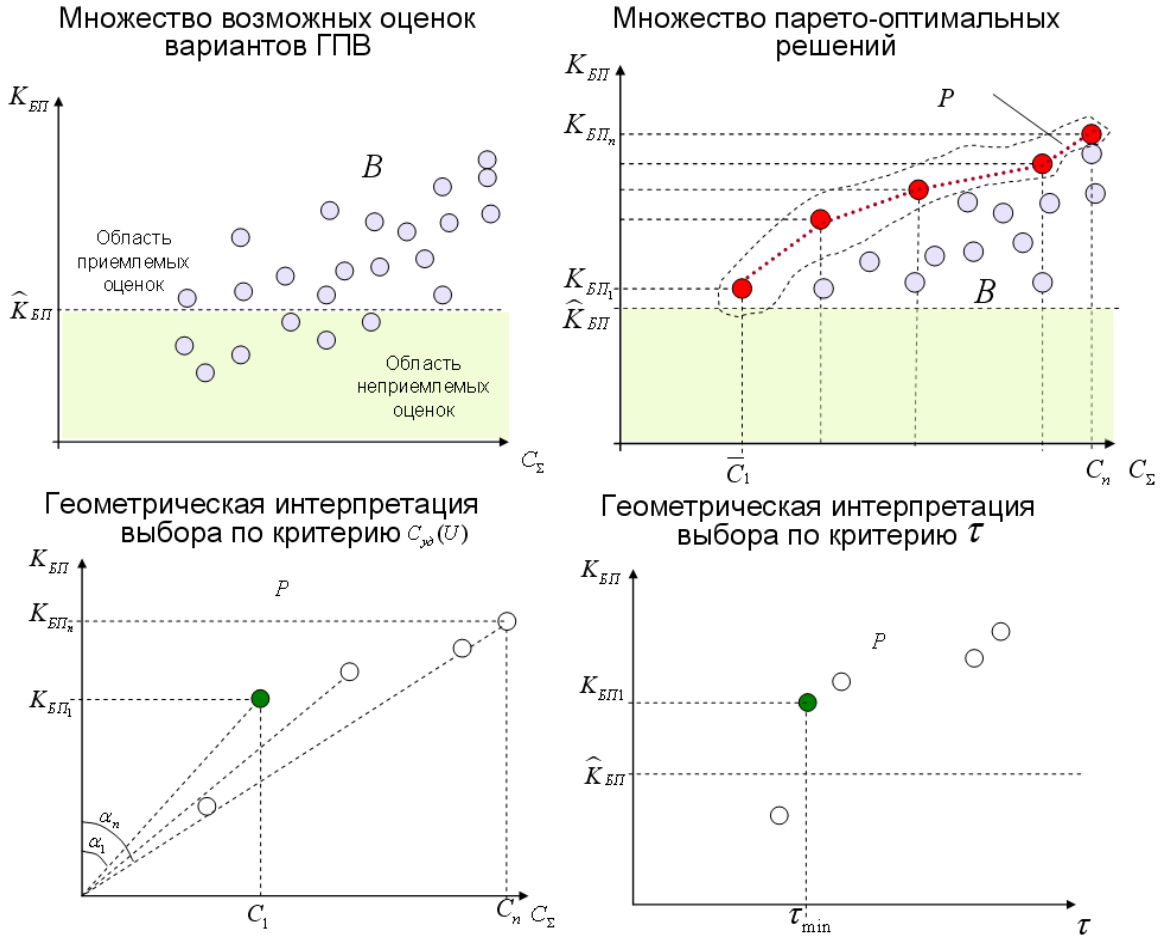

Рисунок 1 – Геометрическая интерпретация выбора парето-оптимальных вариантов ГПВ в пространстве «боевой потенциал – суммарные затраты»

Алгоритм выбора парето-оптимальных вариантов ГПВ подробно представлен в работе [7]. Основными этапами алгоритма являются:

1. Подготовка исходных данных. На данном этапе определяется множество возможных вариантов ГПВ $B=\{U^{(1)},U^{(2)},\ldots,U^{(m)}\}$, каждому из которых соответствует его векторная оценка $F(U)=[K_{БГ}(U),K_{БП}(U),C_{\Sigma}(U)]$, которая включает множество частных показателей, в данном случае в качестве показателей эффективности приняты:

$K_{БП}(U)$ – коэффициент боевого потенциала ВВТ,

$K_{БГ}(U)$ – коэффициент боеготовности ВВТ,

$C_{\Sigma}(U)$ – суммарные затраты на реализацию программных мероприятий. При этом для каждого частного показателя задаются отношения предпочтения:

$$f_1=(C_{\Sigma}(U)\le C_{\Sigma}(U')),$$
$$f_2=(K_{БП}(U)\ge K_{БП}(U')),$$
$$f_3=(K_{БГ}(U)\ge K_{БГ}(U')).$$

2. На основе множества возможных вариантов ГПВ *B(U)* формируется множество парето-оптимальных вариантов ГПВ *P*, которое определяется путем перебора и сравнения

всех пар объектов на основе отношения предпочтения и исключения из исходного множества *B(U)* вариантов ГПВ, не являющихся парето-оптимальными. Полученное множество парето-оптимальных решений является множеством недоминируемых решений, то есть несравнимых между собой по выбранному критерию.

3. Если получено большое количество недоминируемых решений, на втором шаге производится ввод дополнительно критерия [7]. В качестве дополнительного критерия можно принять минимум удельных затрат на достижение реального боевого потенциала группировки войск $C_{уд}(U)$ или время достижения заданного уровня боевого потенциала ВВТ рассматриваемой группировки войск τ. Тем самым образуется новый векторный критерий *F* и операция выбора парето-оптимальных решений повторяется, но с учетом нового векторного критерия.

Последовательное применение дополнительных критериев позволит построить еще более «узкое» множество парето-оптимальных вариантов ГПВ. На рисунке 1 отображена геометрическая интерпретация выбора парето-оптимальных вариантов ГПВ в пространстве «боевой потенциал – суммарные затраты».

Далее рассмотрим пример выбора оптимального варианта ГПВ по заданным критериям с последовательным применением однокритериальных методов линейного программирования (решение задачи 1 и 2) и метода Парето (задача 3) и сравним полученные результаты.

Рассматривается группировка войск, включающая в себя 3 различных типа ВВТ, необходимых для решения заданного объема боевых задач. Для генерации множества возможных вариантов ГПВ для заданной группировки была использована модель технического обеспечения войск [8]. При этом для сокращения числа модельных экспериментов использовался метод оптимального планирования вычислительного эксперимента, который позволил в рамках ограниченной области исследований получить представительный набор вариантов ГПВ [9]. В итоге было получено 19 683 возможных варианта ГПВ, каждый из которых характеризуется различными значениями показателей боевого потенциала, боеготовности и затрат на его реализацию (рисунок 2).

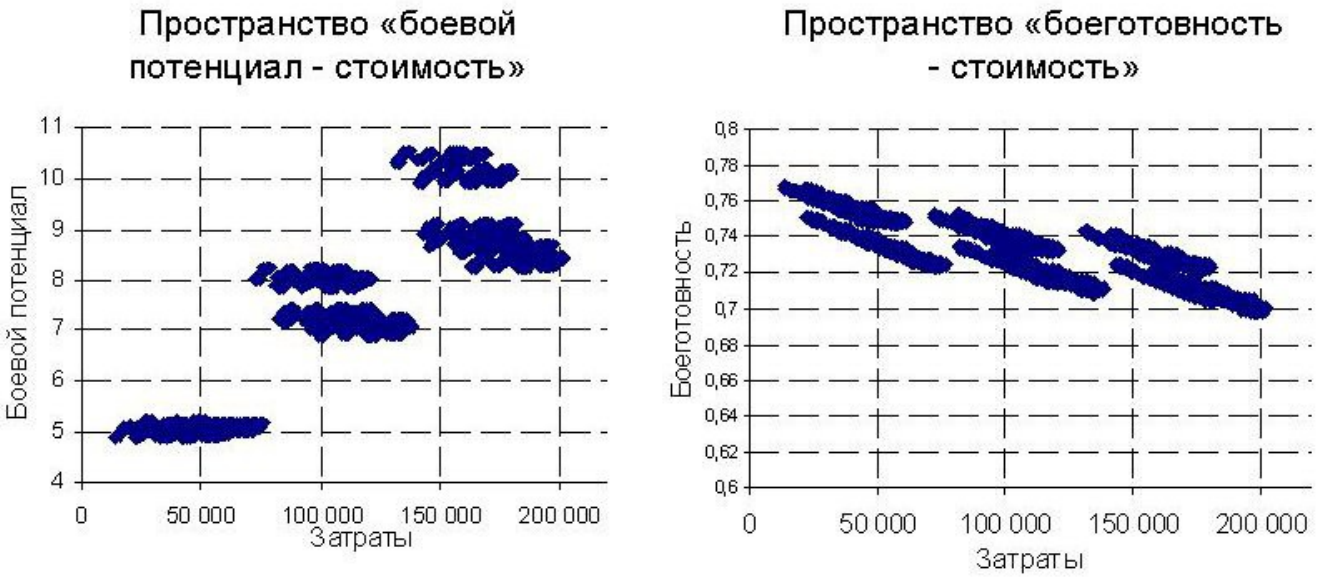

Рисунок 2 – Множество возможных вариантов ГПВ

Анализ множества затрат на реализацию программных мероприятий возрастает значение боевого потенциала группировки войск. Вместе с тем с ростом затрат незначительно

уменьшается показатель боеготовности с 0,77 до 0,7, что обусловлено накоплением новой техники в режиме хранения (небоеготового состояния).

Поскольку боевой потенциал характеризует максимальные боевые возможности образцов ВВТ при полном ресурсном обеспечении в типовых (расчетных) условиях их применения, то при оценке вариантов ГПВ целесообразно вместо двух показателей: боевого потенциала и коэффициента боеготовности, использовать один комплексный показатель – *боевой потенциал боеготового ВВТ* $K_{БПГ}$. При этом, учитывая $0 \leqslant K_{БПГ} \leqslant 1$, боевой потенциал боеготового ВВТ будет рассчитываться по формуле

$$K_{БПГ} = K_{БГ} \cdot K_{БП}. \quad (3)$$

Тогда при оценке вариантов ГПВ переходим от триады показателей «боевой потенциал боеготового ВВТ – стоимость» к паре «боевой потенциал боеготового ВВТ – стоимость». В этом случае область оценок множества возможных вариантов ГПВ будет представлена следующим образом (рисунок 3).

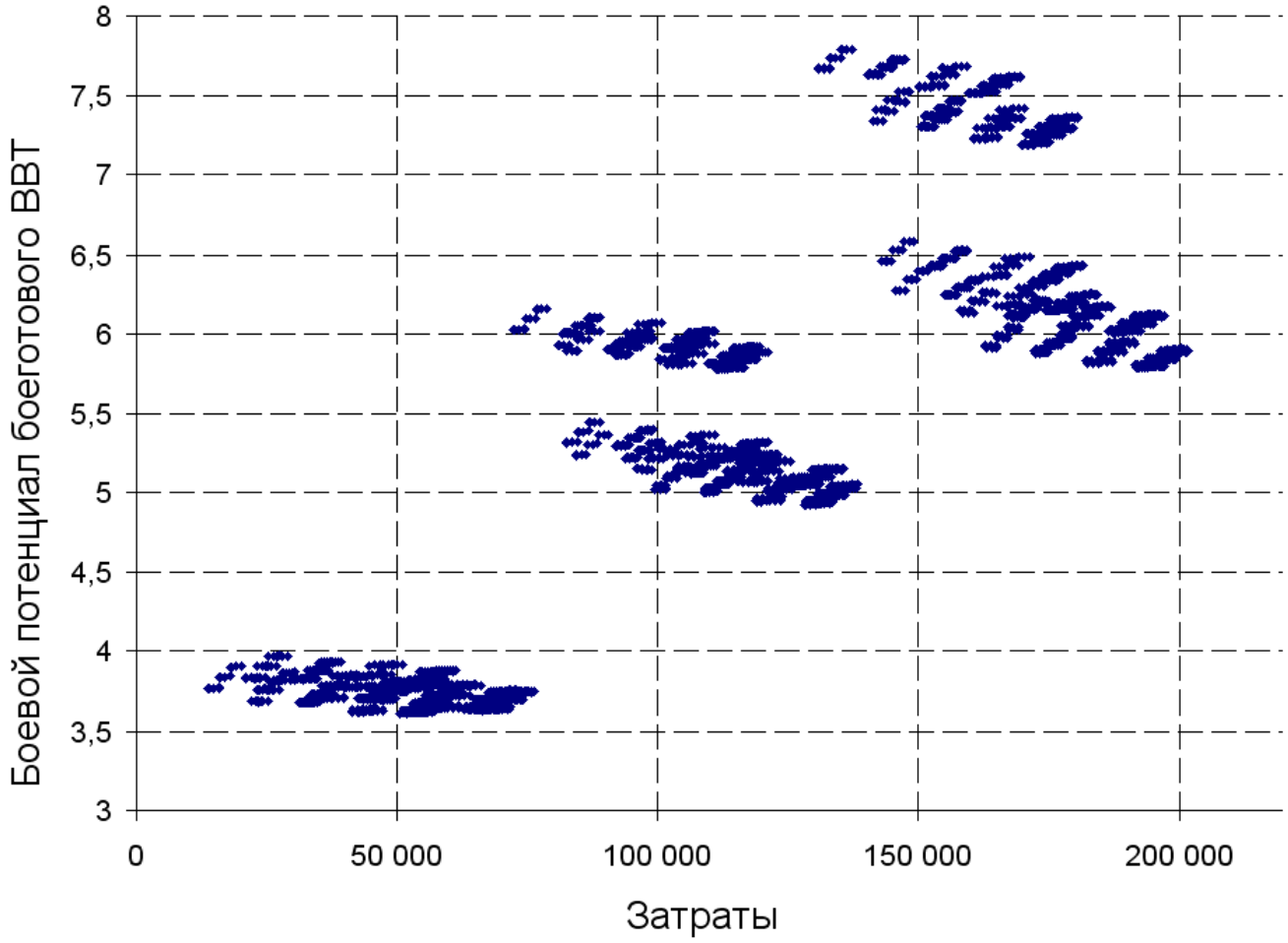

Рисунок 3 – Множество возможных вариантов ГПВ

Процесс решения задачи 1 состоит в поиске оптимальных вариантов ГПВ P_C на множестве возможных B по критерию $C_\Sigma(U(T)) = \sum_{t=1}^{T} C_\Sigma(u(t)) \to \min\limits_{u(t)}$ при ограничениях (1). В результате применения симлекс-метода было получено множество вариантов ГПВ, обладающих минимальной стоимостью для различного уровня коэффициента боевого потенциала боеготового ВВТ (рисунок 4).

На рисунке видно, что полученное множество вариантов ГПВ P_C распределено на кривой L, огибающей множество возможных ва-

риантов В слева. При наложении ограничений по боевому потенциалу $K_{БПГ}(U(T)) \geqslant \widehat{K_{БПГ}}$ единственным оптимальным вариантом будет являться тот, который лежит на кривой L, соответствует уровню боевого потенциала выше заданного $\widehat{K_{БПГ}}$ и обладает минимальной стоимостью (рисунок 4).

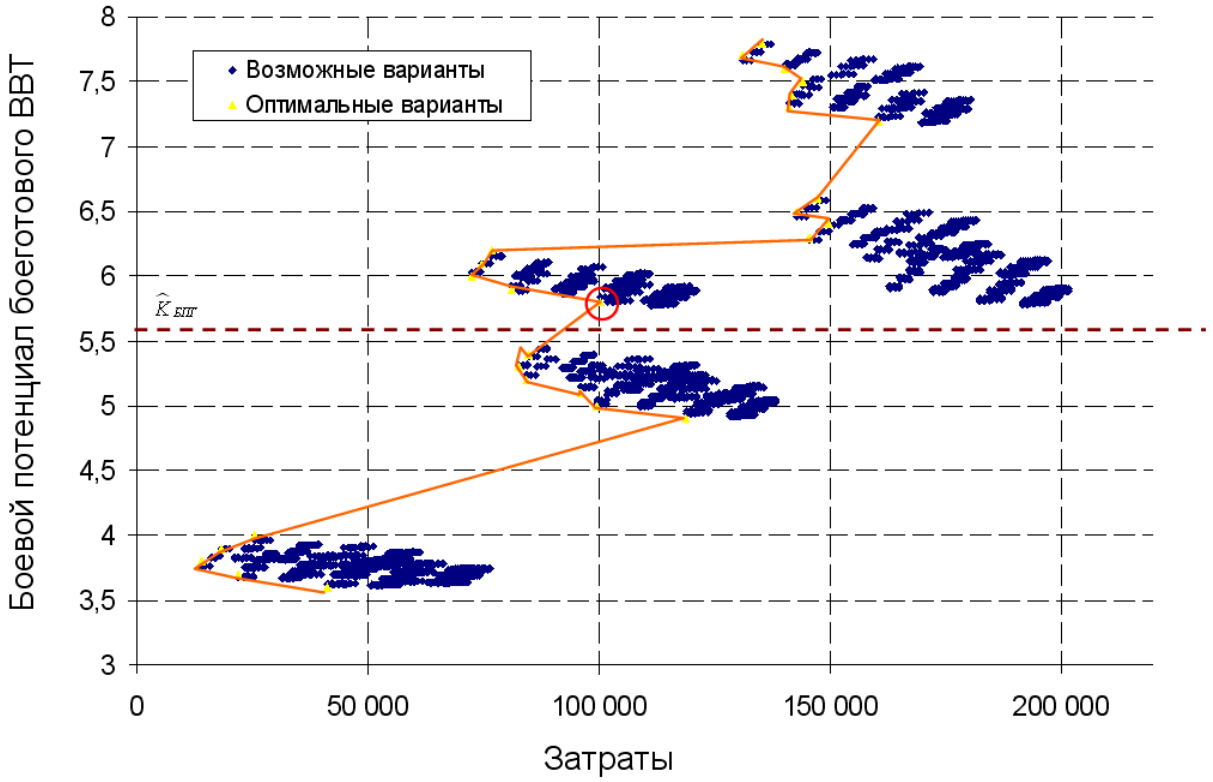

Рисунок 4 – Множество оптимальных вариантов ГПВ по критерию минимум затрат

Процесс решения задачи 2 аналогичен задаче 1, только в качестве критерия оптимизации выступает $K_{БПГ}(U(T)) \rightarrow \underset{u(T)}{max}$ при ограничениях (2).

Результатом является множество оптимальных вариантов ГПВ $P_{БПГ}$, обладающих максимальным уровнем боевого потенциала при различной стоимости (рисунок 5).

Из рисунка видно, что полученное множество вариантов ГПВ $P_{БПГ}$ распределено на кривой *L*, огибающей множество возможных вариантов *B* сверху. При наложении ограничений по стоимости $C_{\Sigma}(U(T)) \leq \widehat{C_{\Sigma}}$ единственным оптимальным вариантом будет являться тот, который лежит на кривой *L*, характеризуется стоимостью ниже заданного $\widehat{C_{\Sigma}}$ и обладает максимальным уровнем боевого потенциала боеготового ВВТ (рисунок 5).

Совместное решение задачи 1 и 2 дает множество оптимальных вариантов ГПВ (рисунок 6), которое является пересечением множеств P_C и $P_{БПГ}$, полученных при решении задачи 1 и 2 соответственно

$$P = P_C \cap P_{БПГ}. \quad (4)$$

В итоге было получено множество, содержащее 9 вариантов ГПВ, каждый из которых удовлетворяет условиям решения задачи 1 и 2.

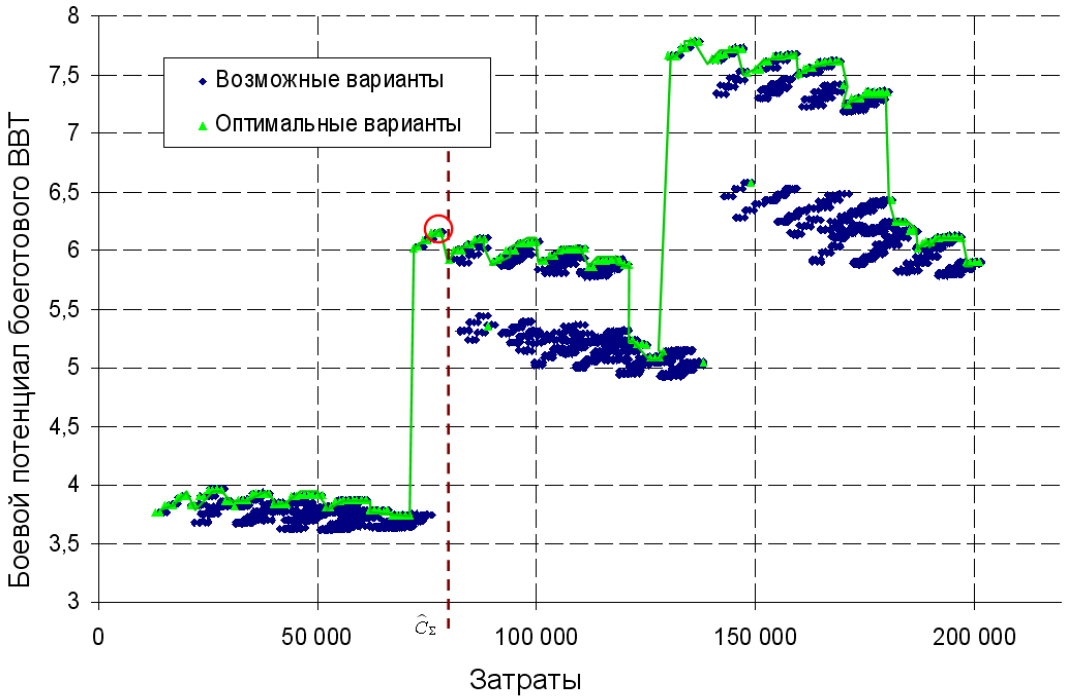

Рисунок 5 – Множество оптимальных вариантов ГПВ по критерию максимум боевого потенциала боеготового ВВТ

При решении задачи 3 с использованием метода многоцелевого выбора Парето, где в качестве векторного критерия выступает $F(U)=[K_{БПГ}(U), C_\Sigma(U)]$, получено множество, состоящее из 8 вариантов ГПВ.

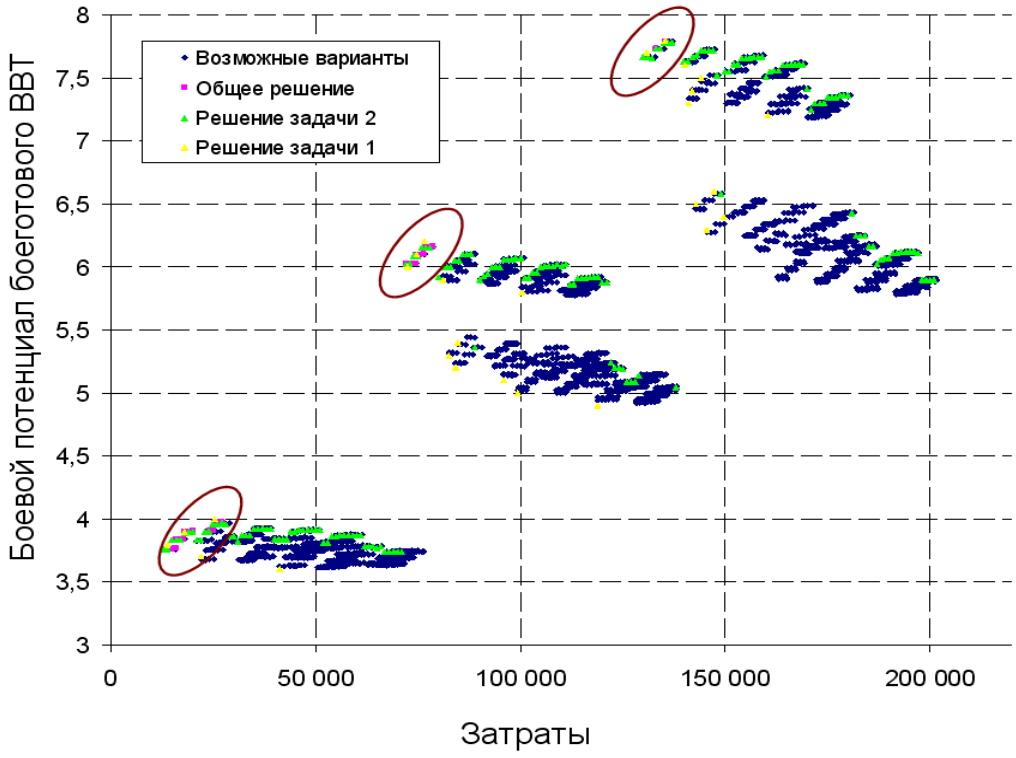

Рисунок 6 – Множество совместных решений задачи 1 и задачи 2

При этом полученное множество практически совпало с множеством *P*, полученным ранее, путем решения задачи 1 и 2 (таблица 1). Таким образом, совместное решение однокритериальных задач 1 и 2 и решение многокритериальной задачи выбора с использованием метода Парето привели к близкому результату, что свидетельствует об адекватности полученных результатов.

Таблица 1 – Результаты выбора оптимального варианта ГПВ[1]

№ варианта	Оценка варианта ГПВ		Решение задач		
	Стоимость	Боевой потенциал боеготового ВВТ	Задача 1	Задача 2	Задача 3
1	13 800	3,80	+	+	+
2	18 100	3,90	+	+	+
3	25 300	4,00	+	+	+
4	72 400	6,00	+	+	+
5	74 600	6,10	+	+	+
6	76 700	6,20	+	+	+
7	130 900	7,70	+	+	+
8	135 200	7,80	+	+	+
9	140 000	7,60	+	+	

Для дальнейшего выбора единственного оптимального варианта ГПВ введем дополнительный критерий – минимум удельных затрат на достижение боевого потенциала боеготового ВВТ $C_{уд}(U)$, определяемого по формуле:

$$C_{уд}(U)=\frac{C_{\Sigma}(U)}{K_{БПГ}(U)}\rightarrow \min_{U\in P}. \qquad (5)$$

Поскольку характеристика боевого потенциала является безразмерной величиной и определяется она относительно некоторого эталона, то и значения стоимости необходимо привести к нормированным величинам. На рисунке 7 представлены нормированные оценки парето-оптимальных вариантов ГПВ. Здесь же на рисунке 7 отображена геометрическая интерпретация критерия $C_{уд}(U)$, который определяется тангенсом угла α: $C_{уд}(U)=tg\,\alpha$. Как видно из рисунка, $tg\,\alpha<tg\,\beta<tg\,\gamma$, то есть вариант № 1 обладает наименьшим показателем $C_{уд}(U)$, следовательно, является наилучшим по критерию (5). В таблице 2 приведены оценки парето-оптимальных вариантов ГПВ.

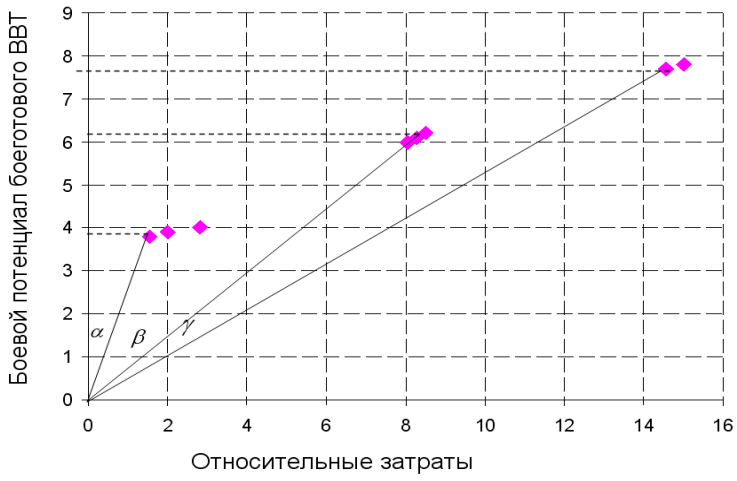

Рисунок 7 – Множество парето-оптимальных решений

1 Здесь и далее приведены условные исходные данные.

Таблица 2 – Результаты выбора оптимального варианта ГПВ

№ варианта	Оценка варианта ГПВ		
	Относительная стоимость	Боевой потенциал боеготового ВВТ	Удельная стоимость
1	1,5	3,8	0,39
2	2,0	3,9	0,51
3	2,8	4,0	0,70
4	8,0	6,0	1,33
5	8,3	6,1	1,36
6	8,5	6,2	1,37
7	14,5	7,7	1,88
8	15,0	7,8	1,92

В настоящее время алгоритмы предлагаемого метода выбора Парето частично автоматизированы в рамках создания интегрированной автоматизированной системы планирования и управления техническим обеспечением ВС РФ. На рисунках 8, 9 отображены программные формы подсистемы генерации множества возможных вариантов ГПВ и выбора из них парето-оптимальных в заданном критериальном пространстве.

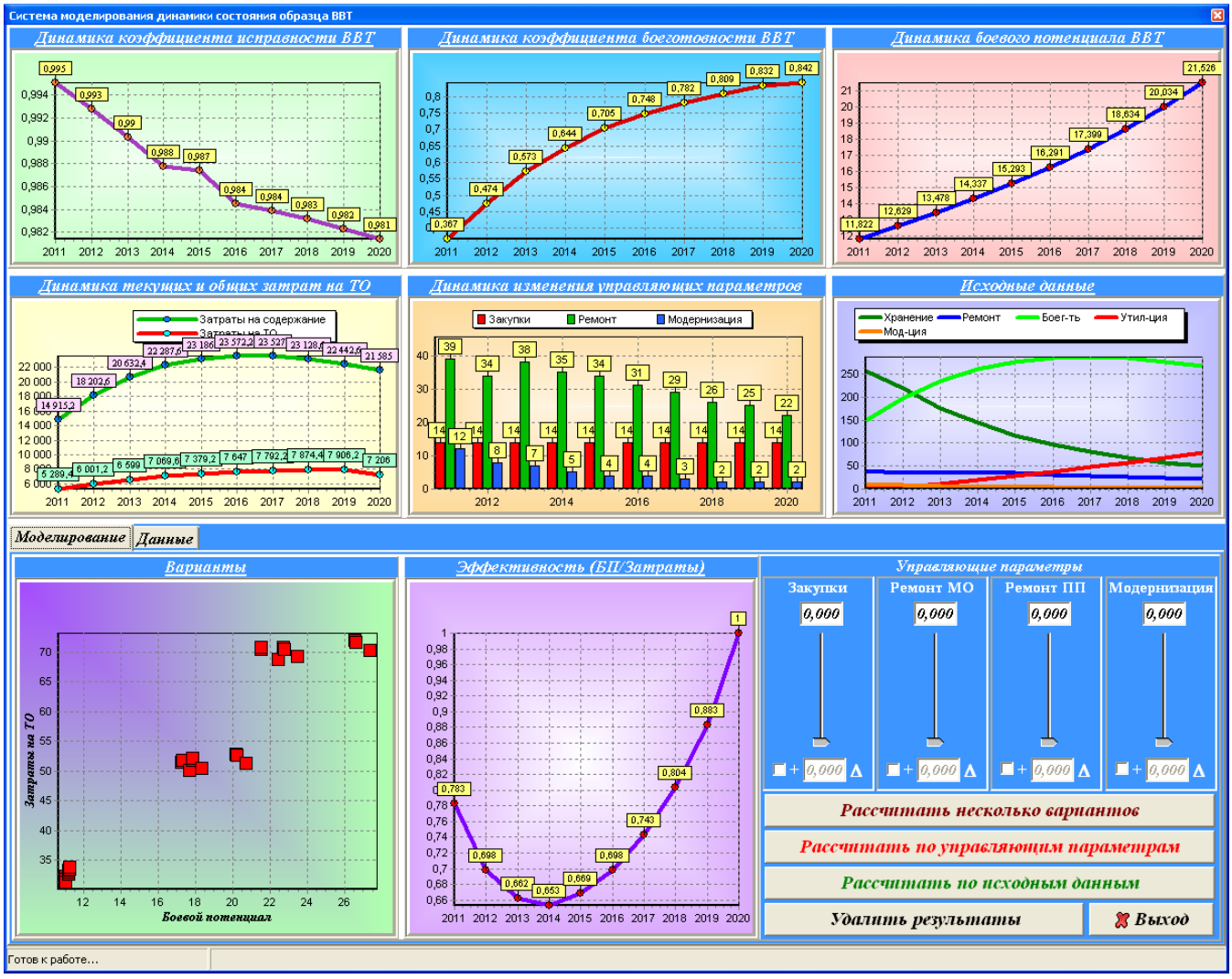

Рисунок 8 – Форма подсистемы генерации вариантов ГПВ

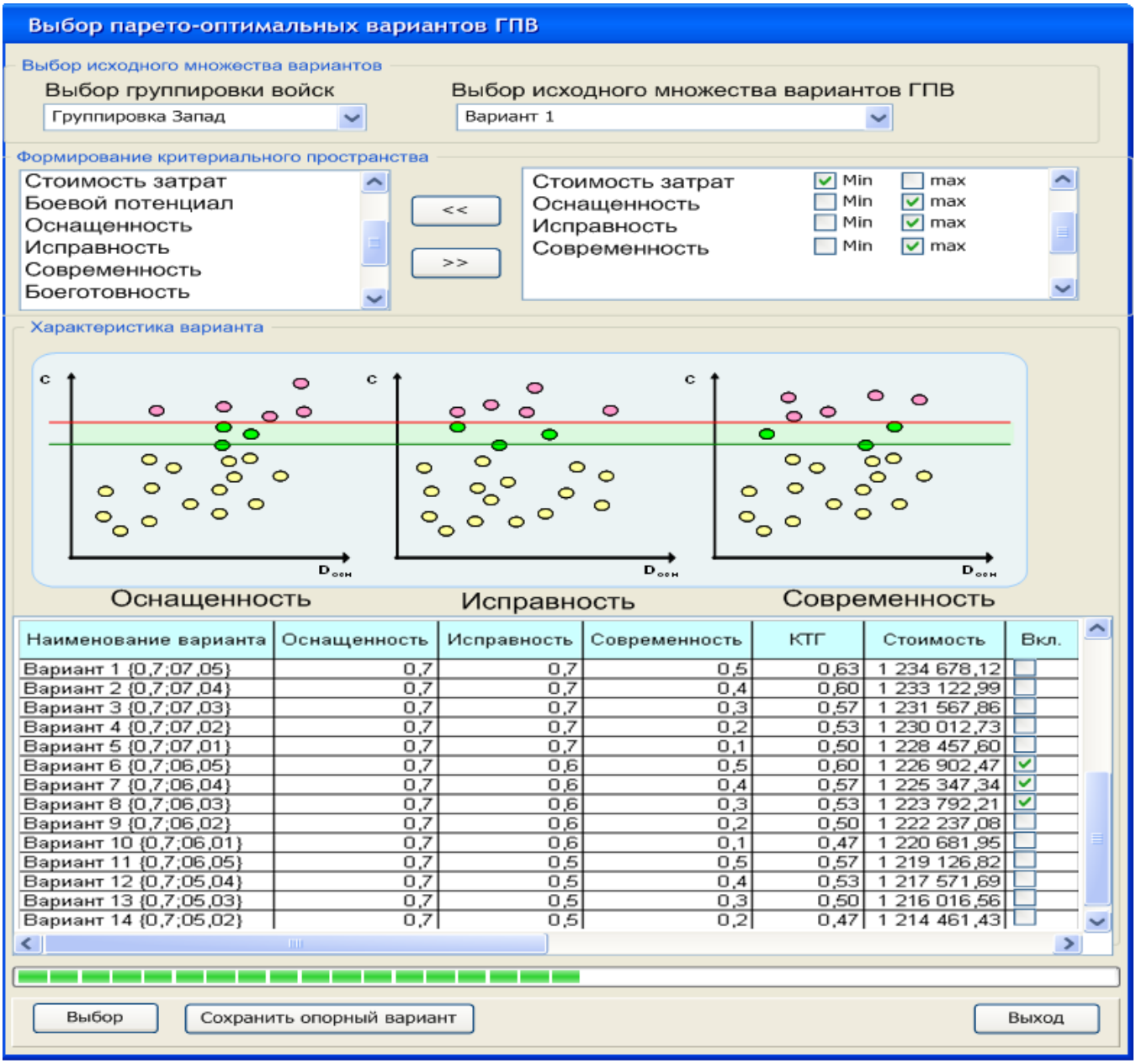

Рисунок 9 – Форма подсистемы выбора парето-оптимальных вариантов ГПВ

Таким образом, использование метода Парето в задаче выбора оптимального варианта ГПВ позволяет ЛПР значительно сократить трудовые и временные затраты на предварительную подготовку к процедуре выбора оптимального решения. Эта подготовка заключается в получении из огромного множества альтернатив одного или нескольких парето-оптимальных вариантов, из которых впоследствии ЛПР необходимо сделать окончательный выбор.

Список использованных источников

1. Буренок В.М., Ляпунов В.М., Мудров В.И. Теория и практика планирования и управления развитием вооружения. – М.: Вооружение. Политика. Конверсия, 2004. – 419 с.

2. Буренок В.М., Погребняк Р.Н., Скотников А.П. Методология обоснования перспектив развития средств вооруженной борьбы общего назначения. – М.: Машиностроение, 2010. – 368 с.

3. Беллман Р., Калаба А. Динамическое программирование и современная теория управления. – М.: Наука, 1969. – 41 с.

4. Салманов О.Н. Математическая экономика с применением Mathcad и Excel. – СПб.: БХВ-Петербург, 2003.

5. Ногин В.Д. Принятие решения в многокритериальной среде: количественный подход. – М.: ФизматИсТ, 2005. – С. 151-155.

6. Подиновский В.В., Ногин В.Д. Парето-оптимальные решения многокритериальных задач. – М.: Наука, 1982. – 39 с.

7. Буравлев А.И., Пьянков А.А. Метод выбора парето-оптимальных вариантов государственной программы вооружения // Вооружение и экономика. – 2012. – №1 (17).

8. Буравлев А.И., Пьянков А.А. Модель технического обеспечения войск // Вооружение и экономика. – 2010. – №2 (10).

9. Пьянков А.А. Применение метода оптимального планирования вычислительного эксперимента при моделировании технического обеспечения войск // Вооружение и экономика. – 2011. – №3 (15).