

В.Г.Найденов, доктор технических наук,
старший научный сотрудник
К.А.Крупский
А.В.Бочкарев

Методический подход к оценке потребного количества натуральных экспериментов при проведении испытаний сложных образцов вооружения, военной и специальной техники

В статье авторами предложен новый методический подход к оценке потребного количества натуральных экспериментов при проведении испытаний сложных образцов ВВСТ. Предлагаемый подход позволяет определить такое количество натуральных экспериментов, которое будет достаточно для оценки (калибровки) с требуемой точностью параметров имитационных моделей испытываемых систем вооружения. Оценка факта достаточности количества проводимых с испытываемым образцом натуральных экспериментов устанавливается путем проверки выполнения статистической гипотезы, свидетельствующей о равенстве математических ожиданий случайных величин оценок тактико-технических характеристик образца вооружения, полученных по результатам натуральных и имитационных экспериментов.

В процессе полигонных испытаний сложных образцов вооружения, военной и специальной техники (ВВСТ) проводятся натурные эксперименты, по результатам которых оцениваются тактико-технические характеристики (ТТХ) испытываемых образцов.

Натурные испытания образцов ВВСТ представляют собой наилучший способ получения искомых оценок ТТХ и показателей боевой эффективности рассматриваемых образцов, так как в процессе их проведения могут быть получены наиболее объективные статистические данные при воздействии внешней среды, адекватном условиям боевого применения испытываемых образцов вооружения.

Однако в практике полигонных испытаний возможности проведения большого количества натуральных экспериментов в процессе испытаний сложных образцов ВВСТ существенно ограничены. Это связано с тем, что для натуральных испытаний сложных образцов вооружения необходимы большие затраты времени и материальных ресурсов.

В связи с этим в практике полигонных испытаний используется опытно-теоретический

метод испытаний сложных систем вооружения.

При реализации опытно-теоретического метода испытаний сложных систем вооружения, как правило, применяется имитационное моделирование, заключающееся в имитации на ЭВМ процессов функционирования таких систем или отдельных их частей и элементов, а также имитации внешних факторов, воздействующих на испытываемую систему.

В общем случае алгоритм имитации функционирования i -й части сложной системы вооружения может быть записан с помощью операторного уравнения вида [1]:

$$S_i(t) = \psi_i \left\{ t, t_0, S_i(t_0), \left(t, \mathbf{X}_{L_i} \Big|_{t_0}^t \right) \right\},$$

где $S_i(t)$ – текущее состояние i -й части сложной системы вооружения;

$S_i(t_0)$ – начальное состояние i -й подсистемы;

$\left(t, \mathbf{X}_{L_i} \Big|_{t_0}^t \right)$ – входное сообщение для i -й подсистемы, которое определяется совокупностью упорядоченных пар $\left(t, \mathbf{X}_{L_i} \right)$ для всех $t \in T$, где T – множество моментов времени, в

которых рассматривается функционирование i -й подсистемы;

L – n -мерное пространство, в котором определена совокупность всех функций X_{L_i} .

При использовании в процессе испытаний образцов вооружения опытно-теоретического метода в составе имитационных моделей имеются расчетные части, которые позволяют по результатам проведенного имитационного моделирования с использованием соответствующих математических соотношений оценивать те или иные тактико-технические характеристики испытываемых образцов вооружения. В этом случае результаты имитационного моделирования позволяют сформировать вектор B входных параметров для расчетных моделей, которые далее и используются в процессе оценивания искомых ТТХ испытываемых образцов ВВСТ.

Однако для обеспечения адекватности разрабатываемых расчетных моделей необходимо провести корректировку (калибровку) ряда параметров этих моделей с использованием результатов проведенных соответствующих натуральных испытаний [1, 2].

В связи с этим в настоящее время приобрела актуальность задача обоснования оптимального соотношения между объемами проведения натуральных и имитационных экспериментов при проведении полигонных испытаний сложных систем вооружения.

В научно-технической литературе проблеме оптимального сочетания рассматриваемых двух видов испытательных экспериментов при отработке образцов ВВСТ уделено очень ограниченное внимание.

Так, в работах [1, 2, 3] рассмотрен упрощенный подход к оптимальному сочетанию натуральных и имитационных экспериментов с точки зрения минимизации дисперсии погрешности взвешенной совместной обработки результатов рассматриваемых видов испытательных экспериментов при ограничениях, накладываемых на стоимость их проведения.

Однако в практике полигонных испытаний образцов ВВСТ оценка их тактико-технических характеристик, как правило, не проводится путем усреднения результатов натуральных и имитационных экспериментов. Поэтому данный подход является очень упрощенным и, конечно, не получил дальнейшего развития.

В работе [4] приведен подход к определению рационального соотношения между количеством летных и наземных экспериментов для испытаний авиационной техники при условии достижения максимальной эффективности проведения таких испытаний. Однако этот подход не рассматривает в явном виде задачу оценки требуемого количества проводимых натуральных и имитационных экспериментов при испытаниях сложных образцов вооружения.

В данной статье предлагается иной подход к определению требуемого соотношения натуральных и имитационных экспериментов при испытаниях образцов ВВСТ, позволяющих получить достоверные оценки их ТТХ при реализации опытно-теоретического метода испытаний таких образцов.

Задача исследования формулируется следующим образом.

Требуется определить такое количество натуральных экспериментов, по результатам которых можно откалибровать с требуемой точностью параметры имитационных моделей, что позволит оценить с высокой достоверностью ТТХ испытываемых образцов вооружения.

Предположим, что в процессе проведения на полигоне испытаний конкретной системы вооружения оценивается M -мерный вектор ее тактико-технических характеристик $\Theta = [\Theta_1, \dots, \Theta_m, \dots, \Theta_M]$, где $m = \overline{1, M}$.

Оценка значений тактико-технических характеристик может осуществляться по результатам как натуральных, так и имитационных экспериментов. На основании натуральных экспериментов можно провести оценку (калибровку) с высокой точностью и достоверностью параметров расчетных моделей, описы-

вающих алгоритмы оценки этих ТТХ. При этом считается, что результаты натуральных испытаний имеют приоритет и в случае достаточного объема статистического материала по ним можно получить оценки ТТХ испытываемой системы вооружения с требуемой точностью и достоверностью.

Будем считать, что проводится серия $N_{нат.m}$ ($n_{нат.m} = \overline{1, N_{нат.m}}$) натуральных экспериментов и серия $N_{имит.m}$ ($n_{имит.m} = \overline{1, N_{имит.m}}$) имитационных экспериментов, по результатам которых проводится оценка m -й тактико-технической характеристики испытываемой системы вооружения.

Полагаем, что при оценке m -й характеристики испытываемого образца используется расчетная модель, которая описывает алгоритм ее вычисления и, в общем виде, может быть записана в следующем виде:

$$\Theta_m(N_{имит.m}) = G(\mathbf{A}_m, \mathbf{B}_m, N_{имит.m}),$$

где $\mathbf{A}_m = (a_{1m}, \dots, a_{km}, \dots, a_{Km})$ – вектор калибруемых параметров m -й расчетной модели, по которой рассчитывается значение характеристики Θ_m испытываемой системы вооружения;

$$F(a_{1m}, \dots, a_{km}, \dots, a_{Km}, \hat{\mathbf{B}}_m) = \sum_{n_{нат.}=1}^{N_{нат.}} \{ \Theta_{m(n_{нат.})} - G(a_{1m}, \dots, a_{km}, \dots, a_{Km}, \hat{\mathbf{B}}_m, n_{нат.}) \}^2. \quad (1)$$

Задача оценки значения вектора параметров $\mathbf{A}_m = [a_{1m}, \dots, a_{km}, \dots, a_{Km}]$ расчетной модели сводится к нахождению такого значе-

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_m(opt) &= \underset{\mathbf{A}_m \in \psi_{A_m}}{\operatorname{Argmin}} F(a_{1m}, \dots, a_{km}, \dots, a_{Km}, \hat{\mathbf{B}}_m) = \\ &= \underset{\mathbf{A}_m \in \psi_{A_m}}{\operatorname{Argmin}} \sum_{n_{нат.}=1}^{N_{нат.}} \{ \Theta_{m(n_{нат.})} - G(a_{1m}, \dots, a_{km}, \dots, a_{Km}, \hat{\mathbf{B}}_m, n_{нат.}) \}^2, \end{aligned} \quad (2)$$

где ψ_{A_m} – область изменения значений вектора \mathbf{A}_m .

Необходимо отметить, что значения оценки вектора $\hat{\mathbf{B}}_m$ в разных имитационных экспериментах будут различными. Это связано с наличием в имитационных моделях образцов ВВСТ и их составных частей различных датчиков случайных чисел, которые будут выдавать в каждом эксперименте различные значения случайных величин. В этом случае решение

$\mathbf{B}_m = (b_{1m}, \dots, b_{lm}, \dots, b_{Lm})$ – вектор входных параметров для m -й расчетной модели, позволяющей оценить характеристику Θ_m испытываемой системы вооружения;

$n_{имит.m}$ – текущий номер имитационного эксперимента, проводимого с использованием имитационной модели опытного образца вооружения ($n_{имит.m} = \overline{1, N_{имит.m}}$).

Будем считать, что оценка m -й характеристики образца вооружения ($\hat{\Theta}_m$) имеет следующую структуру:

$$\hat{\Theta}_m = \Theta_{m.истин} + \xi(\Theta_m),$$

где $\Theta_{m.истин}$ – истинное значение m -й оцениваемой характеристики образца вооружения;

$\xi(\Theta_m)$ – случайная составляющая оценки m -й характеристики образца вооружения, распределенная по нормальному закону.

Оценка (калибровка) параметров m -й расчетной модели может быть проведена с использованием метода наименьших квадратов при определенном уже по результатам имитационного моделирования векторе входных параметров $\mathbf{B}_m = (b_{1m}, \dots, b_{lm}, \dots, b_{Lm})$. При этом строится функционал следующего вида [5, 6]:

ния этого вектора, при котором наблюдается минимум функционала (1), т. е.

задачи (2) существует, и эта задача будет иметь единственное решение.

В случае, когда выражение, описывающее используемую для оценки m -й характеристики образца ВВСТ расчетную модель, является дифференцируемым, то для решения задачи (2) вначале составляется, а затем решается система, как правило, нелинейных уравнений вида:

$$\begin{cases} \frac{\partial F(a_{1m}, \dots, a_{km}, \dots, a_{Km}, \hat{\mathbf{B}}_m)}{\partial a_{1m}} = 0 \\ \frac{\partial F(a_{1m}, \dots, a_{km}, \dots, a_{Km}, \hat{\mathbf{B}}_m)}{\partial a_{km}} = 0 \\ \frac{\partial F(a_{1m}, \dots, a_{km}, \dots, a_{Km}, \hat{\mathbf{B}}_m)}{\partial a_{Km}} = 0 \end{cases} \quad (3)$$

Решение системы уравнений (3) может быть затруднено, поскольку функционал $F(a_{1m}, \dots, a_{km}, \dots, a_{Km})$ может быть не дифференцируемым или трудно дифференцируемым. В этом случае для решения задачи (2) целесообразно использовать численные методы. Поскольку задача (2) является безусловной задачей математического программирования, то для ее решения целесообразно использовать, например, метод деформируемого многогранника [7].

Суть метода деформируемого многогранника заключается в формировании по начальному значению вектора $\mathbf{A}_{m.(нач.)}$ первичного регулярного симплекса в K_m -мерном пространстве. Затем проводится вычисление зна-

чения функционала (1) в точках сформированного симплекса и в центре его «тяжести». Далее исключается точка симплекса, где функционал имеет максимальное значение и строится «отраженный» симплекс. Используя в дальнейших итерациях процедуры растяжения и сжатия симплекса и исключения вершин симплексов, где функционал имеет максимальное значение, реализуется процесс продвижения этого симплекса к точке, где функционал имеет минимальное значение. Поиск минимума функционала заканчивается, когда срабатывает принятое решающее правило.

В случае, если оценки m -й тактико-технической характеристики $\Theta_{m(n_{нат.})}$ в различных натуральных экспериментах имеют неодинаковую точность и при этом известны дисперсии погрешностей этих оценок $\sigma_{\Theta_{m(n_{нат.})}}$, где $(n_{нат.} = \overline{1, N_{нат.}})$, то для получения вектора параметров $\mathbf{A}_m = (a_{1m}, \dots, a_{km}, \dots, a_{Km})$ m -й расчетной модели необходимо применить метод максимального правдоподобия [8]. Функция правдоподобия будет иметь следующий вид:

$$F(a_{1m}, \dots, a_{km}, \dots, a_{Km}, \hat{\mathbf{B}}_m, \sigma_{\Theta_{m(n_{нат.})=1}}, \dots, \sigma_{\Theta_{m(n_{нат.})=N_{нат.}}}) = \frac{1}{\prod_{n_{нат.}=1}^{N_{нат.}} (\sigma_{n_{нат.}} \sqrt{2\pi})} \times \exp \left\{ - \frac{\sum_{n_{нат.}=1}^{N_{нат.}} \left\{ \Theta_{m(n_{нат.})} - G(a_{1m}, \dots, a_{km}, \dots, a_{Km}, \hat{\mathbf{B}}_m, n_{нат.}) \right\}^2}{2\sigma_{n_{нат.}}^2} \right\}.$$

Тогда логарифмическая функция правдоподобия может быть записана в следующем виде:

$$F(a_{1m}, \dots, a_{km}, \dots, a_{Km}, \hat{\mathbf{B}}_m, \sigma_{\Theta_{m(n_{нат.})=1}}, \dots, \sigma_{\Theta_{m(n_{нат.})=N_{нат.}}}) = - \sum_{n_{нат.}=1}^{N_{нат.}} \ln(\sigma_{n_{нат.}}) - \frac{N_{нат.} \ln(2 + \pi) - \sum_{n_{нат.}=1}^{N_{нат.}} \left\{ \Theta_{m(n_{нат.})} - G(a_{1m}, \dots, a_{km}, \dots, a_{Km}, \hat{\mathbf{B}}_m, n_{нат.}) \right\}^2}{2 \sum_{n_{нат.}=1}^{N_{нат.}} \sigma_{n_{нат.}}^2}. \quad (4)$$

В этом случае задача оценки значения вектора параметров $\mathbf{A}_m = (a_{1m}, \dots, a_{km}, \dots, a_{Km})$ расчетной математической модели сводится к нахождению такого значения этого вектора,

при котором наблюдается минимум данного функционала. Поскольку два первых слагаемых выражения (4) не зависят от вектора \mathbf{A}_m , то задача нахождения оптимального значе-

ния этого вектора запишется в следующем виде:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{A}_{opt} &= \underset{A_m \in \Psi_{A_m}}{\operatorname{Argmin}} L \left(a_{1m}, \dots, a_{km}, \dots, a_{km}, \hat{\mathbf{B}}_m, \sigma_{\hat{\Theta}_m(n_{nat.})=1}, \dots, \sigma_{\hat{\Theta}_m(n_{nat.})=N_{nat.}} \right) = \\
 &= \underset{A_m \in \Psi_{A_m}}{\operatorname{Argmin}} \left(\frac{\sum_{n_{nat.}=1}^{N_{nat.}} \left\{ \Theta_{m(n_{nat.})} - G(a_{1m}, \dots, a_{km}, \dots, a_{km}, \hat{\mathbf{B}}_m, n_{n_{nat.}}) \right\}^2}{2 \sum_{n_{nat.}=1}^{N_{nat.}} \sigma_{n_{nat.}}^2} \right). \tag{5}
 \end{aligned}$$

Задача (5) является достаточно сложной и, как правило, должна решаться с использованием описанного выше численного метода деформируемого многогранника.

Очевидно, что для повышения достоверности оценок искомым тактико-технических характеристик испытываемого образца вооружения количество проведенных натуральных экспериментов должно увеличиваться, т. е. расширяться объем получаемой натурной статистической информации. В этом случае будет увеличиваться и достоверность оцениваемого вектора \mathbf{A}_m .

Для определения достаточного количества проводимых натуральных экспериментов с целью оценки (калибровки) параметров расчетной модели, позволяющей оценить характеристику Θ_m испытываемой системы вооружения с требуемой точностью, необходимо проверить статистическую совместимость результатов натуральных и имитационных экспериментов, т. е. проверить выполнение гипотезы $H_{0(m)}: M(\hat{\Theta}_{m(nat.)}) = M(\hat{\Theta}_{m(имит.)})$, свидетельствующей о равенстве математических ожиданий случайных величин оценок m -й ТТХ

$$t_{экс.} = \frac{(\hat{\Theta}_{m(nat.)} - \hat{\Theta}_{m(имит.)})}{\sigma_{выб.}} = \frac{\left(\frac{1}{N_{nat.}} \sum_{n_{nat.}=1}^{N_{nat.}} \hat{\Theta}_{m(n_{nat.})} - \frac{1}{N_{имит.}} \sum_{n_{имит.}=1}^{N_{имит.}} \hat{\Theta}_{m(имит.)} \right)}{\sigma_{выб.}},$$

где $\sigma_{выб.}^2$ – выборочное значение дисперсии, которое при $N_{nat.} = N_{имит.}$ находится из выражения:

$$\sigma_{выб.}^2 = \frac{\left(\sum_{n_{nat.}=1}^{N_{nat.}} (\hat{\Theta}_{m(n_{nat.})} - \hat{\Theta}_{m(nat.)})^2 - \sum_{n_{имит.}=1}^{N_{имит.}} (\hat{\Theta}_{m(n_{имит.})} - \hat{\Theta}_{m(имит.)})^2 \right)}{(N_{nat.} - 1) N_{nat.}}.$$

образца вооружения, полученных по результатам натуральных и имитационных экспериментов. Такая проверка должна проводиться итерационно по мере увеличения количества проводимых таких экспериментов.

С этой целью возможно применить t -критерий Стьюдента [9, 10], предусматривающий сравнение выборок искомой характеристики системы вооружения Θ_m по средним значениям оцененной этой характеристики, полученных по результатам натуральных экспериментов $\hat{\Theta}_{m(nat.)}$ и по результатам проведенных имитационных экспериментов $\hat{\Theta}_{m(имит.)}$.

В случае независимых выборок определяется экспериментальное значение статистики по t -критерию ($t_{экс.}$) и сравнивается с теоретическим (табличным) значением t -критерия ($t_{табл.}$), определяемого из таблиц по значению степеней свободы (p), вычисляемой по формуле $p = N_{nat.} + N_{имит.} - 2$ или $p = 2 N_{nat.} - 2$ в случае, когда $N_{nat.} = N_{имит.}$.

Экспериментальное значение статистики по t -критерию ($t_{экс.}$) определяется из следующего выражения:

Тогда в случае, если $t_{\text{эсп.}} < t_{\text{табл.}}$, принимается гипотеза $H_0(m)$, состоящая в том, что количество проведенных натуральных экспериментов $N_{\text{нат.}}$ является достаточным для оценки вектора параметров $\mathbf{A}_m = (a_{1m}, \dots, a_{km}, \dots, a_{km})$ расчетной модели, по которой оценивается характеристика Θ_m испытываемой системы вооружения.

$$(N_{\text{нат.}(номп.)}) = \max \{ N_{\text{нат.}(m=1)}, \dots, N_{\text{нат.}(m=i)}, \dots, N_{\text{нат.}(m=M)} \}. \quad (6)$$

Из выражения (6) можно сделать вывод, что минимально потребное количество натуральных экспериментов $(N_{\text{нат.}(номп.)})$, необходимых для обеспечения испытания конкретного образца вооружения с высокой степенью достоверности, определяется максимальным количеством натуральных экспериментов, требуемых для обеспечения достоверной оценки каждой тактико-технической характеристики данного образца вооружения.

На рисунке 1 приведен алгоритм, поясняющий методический подход к оценке минимально потребного количества натуральных экспериментов при проведении испытаний сложных образцов вооружения.

Так, в блоке 1 алгоритма проводится ввод исходных данных, к числу которых относятся структуры расчетных моделей оценки ТТХ испытываемых образцов вооружения, количество и виды калибруемых параметров моделей.

Далее блоки 4...7 предполагают последовательное проведение минимального числа натуральных экспериментов с использованием испытываемого образца и по их результатам получение оценок тактико-технических характеристик этого образца вооружения. Исходя из практики полигонных испытаний, как правило, минимальное количество таких натуральных экспериментов составляет не менее трех. Кроме того, проводится такое же количество экспериментов с применением имитационных математических моделей испытываемого образца с целью оценки входных параметров расчетных моделей.

Поскольку в процессе полигонных испытаний конкретной системы вооружения оценивается, как правило, не одна тактико-техническая характеристика, а, в общем случае, M характеристик, то минимально потребное количество натуральных экспериментов $(N_{\text{нат.}(номп.)})$, проводимых с образцом вооружения, будет определяться следующим образом:

Затем в блоках 6...10 проводится последовательное построение и решение функционалов, описываемых выражениями (2) или (3), для всех исследуемых ТТХ с целью оценки параметров расчетных моделей для испытываемого образца вооружения.

Блоки 11...18 предполагают проведение минимально необходимого объема полного имитационного эксперимента при уже найденных значениях векторов $\hat{\mathbf{A}}_m$ и $\hat{\mathbf{B}}_m$ с целью оценки вектора ТТХ испытываемого образца вооружения $(\hat{\Theta})$. Кроме того, по оцененным значениям тактико-технических характеристик $\hat{\Theta}_{m(n_{\text{нат.}})}$ и $\hat{\Theta}_{m(n_{\text{имит.}})}$ при $(N_{\text{нат.}} = N_{\text{имит.}})$ для всех математических моделей M составляются t -статистики.

В блоках 19...22 проводится последовательная проверка выполнения гипотезы $H_{0(m)}$ для $\forall m$, свидетельствующая о совместности статистических данных об оценках всех тактико-технических характеристик образца ВВСТ, полученных по результатам натуральных испытаний и имитационного моделирования.

В случае, если гипотеза $H_{0(m)}$ выполняется для всех оцениваемых ТТХ (блок 24), то в блоке 25 по формуле (6) вычисляется минимально потребное количество натуральных экспериментов $(N_{\text{нат.}(номп.)})$, которые должны проводиться с образцом вооружения. В случае, если гипотеза $H_{0(m)}$ не проводится с образцом вооружения.

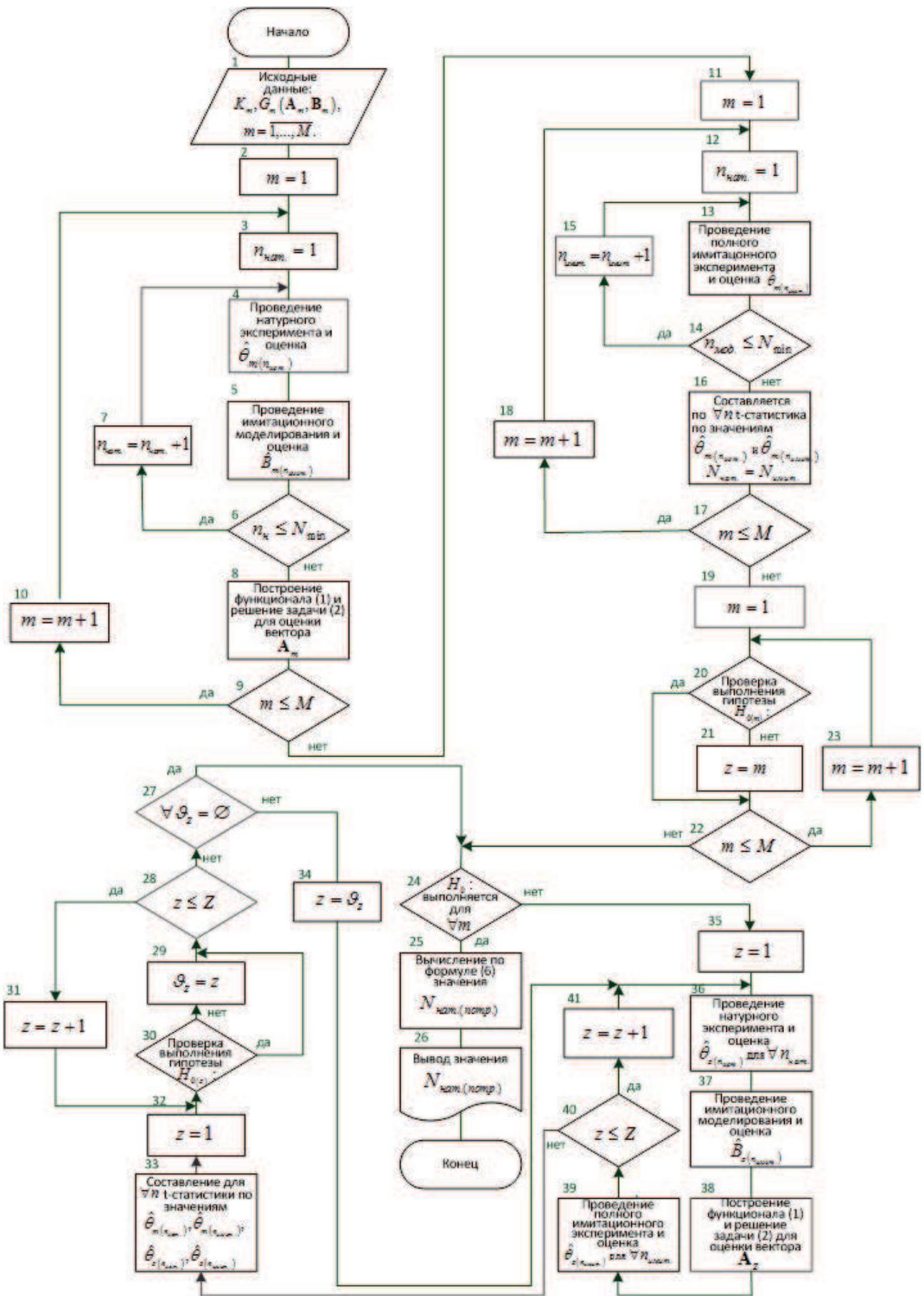


Рисунок 1 – Обобщенный алгоритм, поясняющий методический подход к оценке потребного количества проводимых натуральных экспериментов

В случае, если гипотеза $H_{0(m)}$ не выполняется для всех оцениваемых ТТХ, то необходимо проведение дополнительных натуральных экспериментов (блок 36) с целью расширения статистического материала, используемого для калибровки параметров Z расчетных моделей испытываемого образца ВВСТ, по которым не было достигнуто выполнение гипотезы $H_{0(z)}$. При этом параллельно натурным экспериментам проводится такое же количество экспериментов с применением имитационных моделей испытываемого образца с целью оценки параметров расчетных моделей (блок 37).

Далее в блоке 38 проводится оценка вектора параметров A_z расчетных моделей для всех $z = \overline{1, Z}$, а блок 39 обозначает проведение полных имитационных экспериментов для оценки Z характеристик испытываемого образца ВВСТ.

Затем в блоке 33 для всех проведенных натуральных и имитационных экспериментов проводится сбор расширенного состава статистических данных об оценках ТТХ испытываемого образца ВВСТ. В блоках 28...32 проводится последовательная проверка выпол-

нения гипотезы $H_{0(z)}$ для $\forall z$, свидетельствующая о совместимости статистических данных для оценки всех тактико-технических характеристик образца ВВСТ, полученных по результатам натуральных испытаний и имитационного моделирования.

В случае, если гипотеза $H_{0(z)}$ выполняется для всех оцениваемых ТТХ (блоки 27 и 24), то в блоке 25 по формуле (6) вычисляется минимально потребное количество натуральных экспериментов $(N_{\text{нат. (номр.)}})$, проводимых с образцом вооружения. В случае, если гипотеза $H_{0(z)}$ не выполняется хотя бы для одной из оцениваемых ТТХ, то включается ветвь алгоритма, предусматривающая проведение дополнительных натуральных экспериментов с целью расширения статистического материала, используемого для калибровки параметров расчетных моделей испытываемого образца ВВСТ.

Таким образом, рассмотренный методический подход к оценке потребного количества проводимых натуральных экспериментов может быть успешно применен в процессе реализации опытно-теоретического метода испытаний сложных образцов ВВСТ.

Список использованных источников

1. Шаракшанэ А.С. и др. Сложные системы. – М.: «Высшая школа», 1977.
2. Шаракшанэ А.С., Железнов И.Г. Испытания сложных систем. – М.: Высшая школа, 1974.
3. Буренок В.М., Найденов В.Г. Методы повышения эффективности применения средств и систем обеспечения испытаний вооружения, военной и специальной техники. – М.: Издательский дом «Граница», 2006.
4. Кринецкий Е.И. и др. Основы испытаний летательных аппаратов. – М.: Машиностроение, 1989.
5. Демидович Б.П., Марон И.А., Шувалова Э.З. Численные методы анализа. – М.: Издательство «Наука», 1967.
6. ГОСТ Р 50.2.004-2000 ГСИ. Определение характеристик математических моделей зависимостей между физическими величинами при решении измерительных задач. Основные положения.
7. Химмельблау Д. Прикладное нелинейное программирование, – М.: Мир, 1975.
8. Мудров В.И., Кушко В.Л. Метод наименьших модулей. – М.: Знание, 1971.
9. Крамер Г. Математические методы статистики. – 2-е изд. / Пер. с англ. – М.: Мир, 1975.
10. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория вероятностей и ее инженерные приложения. – М.: Высшая школа, 2007.