

А.И. Буравлев, доктор технических наук,
 профессор
 В.С. Брезгин, кандидат технических наук

О приближенной оценке вероятности поражения одиночной цели высокоточным боеприпасом

В статье рассмотрены приближенный метод оценки поражения одиночных целей круговой и прямоугольной формы при действии по ним высокоточных боеприпасов с круговой и прямоугольной зоной поражения. Получены аналитические выражения, которые в отличие от точного метода имеют более простой вид и могут быть рассчитаны с помощью электронных таблиц Microsoft Excel. Предлагаемые формулы могут быть использованы для оперативной оценки эффективности поражения наземных целей при планировании применения систем высокоточного оружия.

В работах [1, 2, 3] получены формулы для расчета вероятности поражения круговых и прямоугольных одиночных целей при стрельбе по ним высокоточными боеприпасами с круговой и прямоугольной зоной поражения. Однако для проведения оперативных расчетов эти формулы оказываются достаточно громоздкими. Ниже предлагаются более простые расчетные формулы, позволяющие в пределах инженерной точности получить необходимый оценочный результат.

Рассмотрим общее выражение для вероятности поражения круговой цели радиуса $R_{ц}$ высокоточным боеприпасом с круговой зоной поражения радиуса $R_{п}$ и круговым рассеиванием с плотностью вероятностей радиуса промаха $f(r) = \frac{r}{\sigma^2} \exp\left(\frac{-r^2}{2\sigma^2}\right)$, где σ – круговое среднеквадратическое отклонение боеприпаса от точки прицеливания (центра цели).

Для высокоточных боеприпасов ключевым требованием является прямое попадание снаряда в зону цели. Вероятность поражения цели определяется известным интегралом:

$$W = \int_0^{R_{ц}} G(r) f(r) dr, \quad (1)$$

где $G(r)$ – условный закон поражения цели.

Рассмотрим вначале случай, когда радиус поражения $R_{п}$ меньше радиуса цели $R_{ц}$. При радиусе промаха $r \leq R_{ц} - R_{п}$ зона поражения полностью попадает внутрь зоны цели. Ущерб, наносимый цели в этом случае, будет пропорционален площади зоны поражения (ЗП), а условный закон поражения цели составит величину:

$$G = \frac{S_{п}}{S_{ц}} = \frac{R_{п}^2}{R_{ц}^2}.$$

С увеличением промаха $R_{ц} - R_{п} < r \leq R_{ц} + R_{п}$ площадь перекрытия цели зоной поражения будет уменьшаться вплоть до нуля, когда зона поражения боеприпаса окажется за пределами области цели. С учетом сказанного условный закон поражения можно представить кусочно-линейной функцией следующего вида (рисунок 1):

$$G(r) = \begin{cases} G, & r < R_{\Pi} - R_{\Pi} \\ a_0 - a_1 r, & R_{\Pi} - R_{\Pi} \leq r \leq R_{\Pi} + R_{\Pi} \\ 0, & r \geq R_{\Pi} + R_{\Pi} \end{cases}, \quad (2)$$

где $a_0 = \frac{G}{2} \left(1 + \frac{R_{\Pi}}{R_{\Pi}} \right)$; $a_1 = \frac{G}{2R_{\Pi}}$.

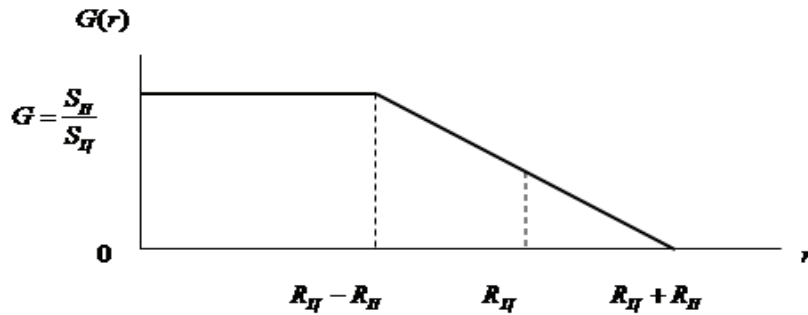


Рисунок 1 – Условный закон поражения цели

Тогда исходный интеграл (1) разбивается на три интеграла:

$$W = \int_0^{R_{\Pi}} G(r) f(r) dr = I_1 + I_2 - I_3,$$

где

$$I_1 = G \int_0^{R_{\Pi} - R_{\Pi}} f(r) dr = G \left[1 - \exp\left(-\frac{(R_{\Pi} - R_{\Pi})^2}{2\sigma^2} \right) \right];$$

$$I_2 = \frac{G}{2} \int_{R_{\Pi} - R_{\Pi}}^{R_{\Pi}} f(r) dr = \frac{G}{2} \left(1 + \frac{R_{\Pi}}{R_{\Pi}} \right) \left[\exp\left(-\frac{(R_{\Pi} - R_{\Pi})^2}{2\sigma^2} \right) - \exp\left(-\frac{R_{\Pi}^2}{2\sigma^2} \right) \right];$$

$$I_3 = \frac{G}{2R_{\Pi}} \int_{R_{\Pi} - R_{\Pi}}^{R_{\Pi}} r f(r) dr - \text{интегрируется по частям и выражается через функцию Лапласа}$$

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x \exp\left(-\frac{t^2}{2} \right) dt :$$

$$I_3 = \frac{G}{2} \left\{ \left(\frac{R_{\Pi}}{R_{\Pi}} - 1 \right) \exp\left(-\frac{(R_{\Pi} - R_{\Pi})^2}{2\sigma^2} \right) - \frac{R_{\Pi}}{R_{\Pi}} \exp\left(-\frac{R_{\Pi}^2}{2\sigma^2} \right) + \frac{\sigma}{R_{\Pi}} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \left[\Phi\left(\frac{R_{\Pi}}{\sigma} \right) - \Phi\left(\frac{R_{\Pi} - R_{\Pi}}{\sigma} \right) \right] \right\}.$$

После приведения подобных членов выражение для вероятности поражения цели W принимает следующий вид:

$$W = PG, \quad (3)$$

где $P(R_{\Pi}, R_{\Pi}) = 1 - \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{R_{\Pi}^2}{2\sigma^2} \right) - \frac{\sigma}{R_{\Pi}} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \left[\Phi\left(\frac{R_{\Pi}}{\sigma} \right) - \Phi\left(\frac{R_{\Pi} - R_{\Pi}}{\sigma} \right) \right]$ – вероятность накрытия зоной поражения зоны цели;

$G = \frac{S_{\pi}}{S_{\zeta}}$ – условная вероятность поражения цели боеприпасом.

Поскольку функция Лапласа задана таблично, то для ее расчета рекомендуется использовать логистическую функцию $\Phi(x) \approx \frac{1}{1 + \exp(-1,71x)}$, обеспечивающую погрешность расчета не более 1%.

Изложенная выше методика может быть еще упрощена путем представления условного закона поражения $G(r)$ ступенчатой функцией на области цели $(0, R_{\zeta})$ со средним значением

$$\bar{G} = \frac{1}{R_{\zeta}} \int_0^{R_{\zeta}} G(r) dr = G \left(1 - \frac{R_{\pi}}{4R_{\zeta}} \right). \tag{4}$$

В этом случае выражение (1) принимает вид:

$$W = \int_0^{R_{\zeta}} \bar{G} f(r) dr = G \left[1 - \exp\left(-\frac{R_{\zeta}^2}{2\sigma^2}\right) \right]. \tag{5}$$

Исследования показывают, что величина погрешности оценки вероятности поражения цели по формуле (5) в диапазоне значений параметра $\nu = \frac{R_{\pi}}{R_{\zeta}} = 0,2 \dots 0,8$ составляет не более 15% при различной точности применения ВТО.

Теперь рассмотрим случай, когда радиус зоны поражения боеприпаса больше радиуса цели ($R_{\pi} > R_{\zeta}$). В этом случае зона поражения полностью покрывает зону цели и условный закон поражения принимает максимально возможное значение $G = 1$. В этом случае вероятность поражения будет равна вероятности попадания боеприпаса в зону поражения цели:

$$W = \int_0^{R_{\zeta}} G(r) f(r) dr = 1 - \exp\left(-\frac{R_{\zeta}^2}{2\sigma^2}\right).$$

Окончательно выражение для вероятности поражения цели будет иметь вид:

$$W = PG, \tag{6}$$

где $P(R_{\zeta}, R_{\pi}) = \begin{cases} 1 - \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{R_{\zeta}^2}{2\sigma^2}\right) - \frac{\sigma}{R_{\pi}} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \left[\Phi\left(\frac{R_{\zeta}}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{R_{\zeta} - R_{\pi}}{\sigma}\right) \right], & R_{\pi} < R_{\zeta} \\ 1 - \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{R_{\zeta}^2}{2\sigma^2}\right), & R_{\pi} \geq R_{\zeta} \end{cases};$

$$G = \max\left(\frac{S_{\pi}}{S_{\zeta}}, 1\right).$$

Полученные формулы достаточно просто рассчитываются с помощью электронных таблиц Microsoft Excel. На рисунке 2 показаны графики зависимости вероятности поражения цели W от параметра точности применения боеприпаса $\frac{\sigma}{R_{\zeta}}$ и параметра его могущества $\nu = \frac{R_{\pi}}{R_{\zeta}}$.

Приведенные графики полностью отражают физику процесса поражения объектов: с увеличением рассеивания боеприпаса при постоянных размерах цели вероятность ее поражения уменьшается; с увеличением могущества боеприпаса увеличивается вероятность поражения цели при заданной точности стрельбы.

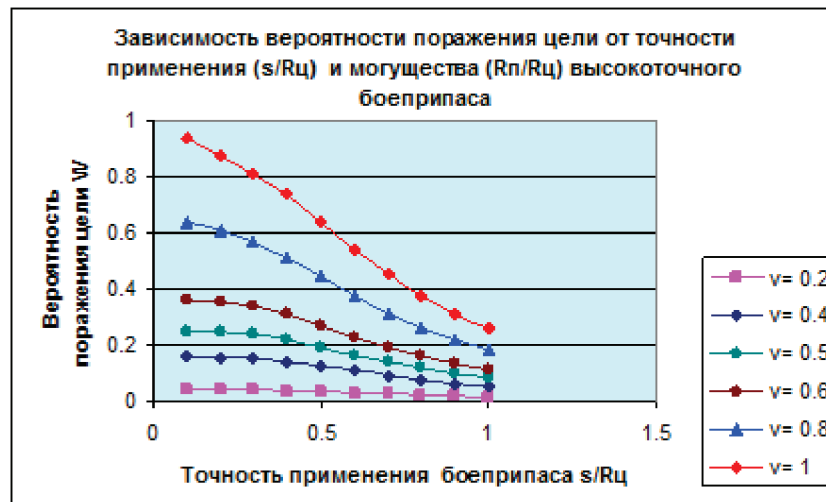


Рисунок 2 – Зависимость вероятности поражения цели от параметра точности применения

$$\frac{\sigma}{R_{ц}} \text{ и мощности боеприпаса } v = \frac{R_{п}}{R_{ц}}$$

Для прямоугольных целей и зон поражения, используя функцию перекрытия приведенной зоной поражения размерной цели [2], также можно построить условный закон поражения в системе координат, связанной с главными осями рассеивания боеприпаса (рисунок 3):

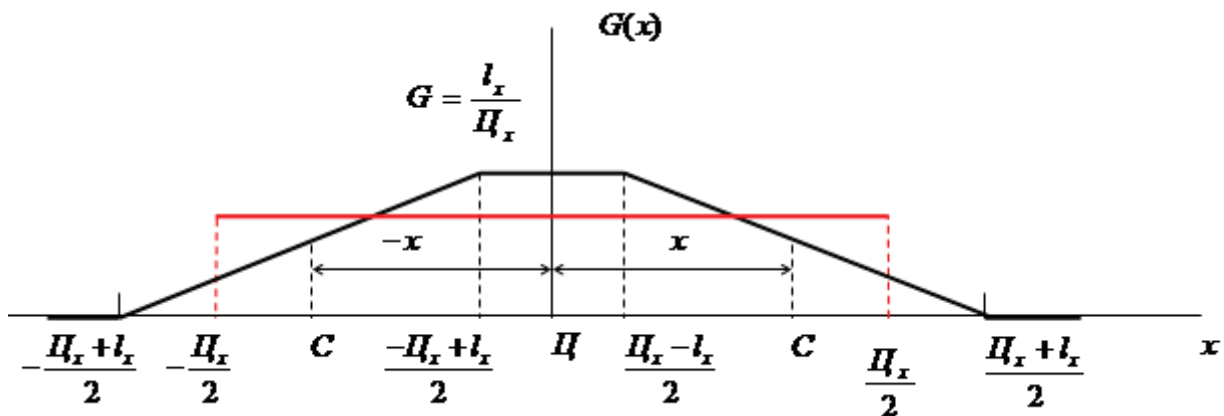


Рисунок 3 – Одномерный условный закон поражения цели и его аппроксимация ступенчатой функцией

$$G(x) = \begin{cases} \frac{l_x}{\zeta_x}, & |x| < \frac{|\zeta_x - l_x|}{2}; \\ \frac{l_x}{\zeta_x} \left[1 - \frac{|x| - \frac{|\zeta_x - l_x|}{2}}{l_x} \right], & \frac{|\zeta_x - l_x|}{2} \leq |x| < \frac{\zeta_x + l_x}{2}; \quad l_x < \zeta_x. \\ 0, & |x| \geq \frac{\zeta_x + l_x}{2}. \end{cases} \quad (7)$$

Его аппроксимация равновеликой ступенчатой функцией (рисунок 3):

$$G(x) = \begin{cases} \frac{l_x}{\zeta_x} \left(1 - \frac{l_x}{4\zeta_x} \right), & |x| < \zeta_x \\ 0, & |x| \geq \zeta_x \end{cases}$$

позволяет получить приближенную оценку вероятности поражения цели с учетом попадания в нее боеприпаса:

$$W_x = \int_{-\frac{\zeta_x}{2}}^{\frac{\zeta_x}{2}} G(x) \phi(x) dx = P_x G_x, \tag{8}$$

где $P_x = \int_{-\frac{\zeta_x}{2}}^{\frac{\zeta_x}{2}} \phi(x) dx = 2\Phi\left(\frac{\zeta_x}{2\sigma_x}\right) - 1$ – вероятность накрытия цели зоной поражения боеприпаса;

$\phi(x)$ – нормальная плотность распределения случайного промаха по оси x ;

$G_x = \frac{l_x}{\zeta_x} \left(1 - \frac{l_x}{4\zeta_x} \right)$ – условный закон поражения.

При $l_x \geq \zeta_x$ зона поражения полностью накрывает область цели, в этом случае условный закон поражения равен $G_x = 1$, а вероятность поражения цели будет определяться только вероятностью накрытия цели зоной поражения

$$W_x = P_x = \int_{-\frac{l_x}{2}}^{\frac{l_x}{2}} \phi(x) dx = 2\Phi\left(\frac{l_x}{2\sigma_x}\right) - 1. \tag{9}$$

Обобщая оба случая, получаем выражение для вероятности поражения цели по одной координате, аналогичное (6):

$$W_x = P_x G_x, \tag{10}$$

где $P_x = \begin{cases} 2\Phi\left(\frac{\zeta_x}{2\sigma_x}\right) - 1, & l_x < \zeta_x \\ 2\Phi\left(\frac{l_x}{2\sigma_x}\right) - 1, & l_x \geq \zeta_x \end{cases}$ – вероятность накрытия цели зоной поражения;

$G_x = \max\left(\frac{l_x}{\zeta_x}; 1\right)$.

Вероятность поражения цели в целом рассчитывается как произведение вероятностей поражения по каждой координате $W = W_x W_z$.

Исследования показывают, что погрешность между точным значением и приближенным значениями вероятности поражения не превосходит 10...15% в широком диапазоне изменения

параметров $\frac{l_x}{\zeta_x}, \frac{\sigma_x}{\zeta_x}$ (рисунок 4).

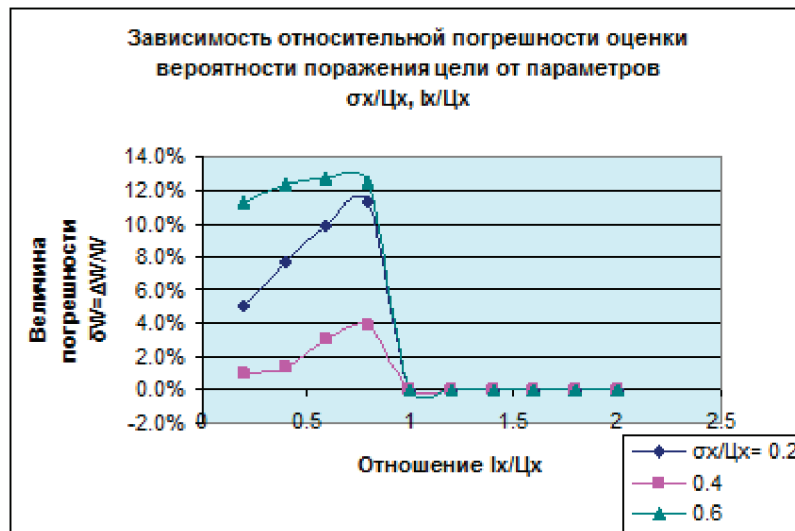


Рисунок 4 – Зависимость относительной погрешности оценки вероятности поражения цели от параметров $\frac{l_x}{C_x}, \frac{\sigma_x}{C_x}$

Полученные приближенные зависимости могут быть использованы для оперативной оценки эффективности поражения наземных целей при решении задач планирования применения систем высокоточного оружия.

Список использованных источников

1. Буравлев А.И. К вопросу о критерии определения высокоточного оружия // Вооружение и экономика. – 2011. – № 4 (16).
2. Буравлев А.И. Методика оценки вероятности поражения размерных объектов высокоточными средствами поражения // Вооружение и экономика. – 2012. – № 2 (18).
3. Мильграм Ю.Г., Ерохин В.А. Основы единой зонной методики оценки эффективности авиационных средств поражения по наземным (морским) объектам. – М.: ВВИА, 1985.