

А.О. Коженков  
М.В. Мищенко, кандидат технических наук, доцент  
Е.Н. Свиридова, кандидат физико-математических наук

### **Проблема оптимизации степени достоверности математической модели тренажерной системы вооружения и военной техники**

*Проблема «нахождения золотой середины» при создании модели физического объекта считается классической, и предполагает выбор оптимального соотношения между ее упрощением и степенью достоверности. Для оценки достоверности математических моделей виртуальных симуляторов ведущие производители программного обеспечения в большинстве случаев используют способ экспертных оценок. В соответствии с существующей методикой, при выполнении экспертной оценки, привлекается большое количество экспертов. При этом для достижения статистического кворума используют ресурсы глобальной информационно-телекоммуникационной сети Internet. Качественно выполнить задачу подбора экспертов, являющихся узкими специалистами, не представляется возможным. Для решения проблемы оптимизации степени достоверности математических моделей тренажерных систем предлагается методика статистической оценки эффективности виртуальных симуляторов военной техники на основе экспертного анализа результатов численного эксперимента.*

Разработка компьютерных тренажеров для обучения персонала, управляющего сложными, опасными и дорогостоящими системами, является достаточно перспективным направлением развития высокотехнологичных систем автоматизации, поскольку предоставляет возможности обучения, недостижимые иными способами [1]. При подготовке военных специалистов особенно актуально создание тренажеров для отработки практических навыков летного состава авиации, подготовки операторов современных систем вооружения и персонала технологического оборудования различного назначения. Наибольшую сложность при этом представляет процесс абстрагирования, в ходе которого определяются наиболее важные в контексте поставленной задачи свойства объекта. Такой процесс осуществляется на логическом уровне создания модели и в значительной степени влияет на качество работы тренажера.

Проблема «нахождения золотой середины» при создании модели физического объекта не нова [2], считается классической и предполагает выбор оптимального соотношения между ее упрощением и степенью достоверности. То есть требуется оптимизация сложности модели, когда целевой функцией является ее минимум, а необходимым условием – требуемая степень достоверности. При создании компьютерного симулятора образца военной техники выбор целевой функции очевиден, поскольку упрощение модели позволит снизить ресурсоемкость моделирующего алгоритма, а значит – производительность и стоимость аппаратного обеспечения тренажерной системы. Выполнение условия необходимой и достаточной степени достоверности модели является сложной задачей.

Для оценки достоверности математических моделей виртуальных симуляторов, частным случаем которых являются специализированные тренажерные системы, ведущие производители программного обеспечения, такие как Paradigm Simulation, Inc., Coryphaeus Software, Thomson training & Simulation, Ivex Corporation, Virtual prototypes, MultiGen, в большинстве случаев ис-

пользуют способ экспертных оценок [3]. Для этого математическая модель реализуется в виде программного продукта и предоставляется группе экспертов для субъективной оценки адекватности поведения виртуального образа объекта моделирования [4, 5, 6].

В соответствии с существующей методикой [3] при выполнении экспертной оценки привлекается большое количество экспертов, специалистов в рассматриваемой предметной области. Большинство производителей программного обеспечения для достижения статистического кворума используют ресурсы глобальной информационно-телекоммуникационной сети Internet. Таким образом, качественно выполнить задачу подбора экспертов, являющихся специалистами в данной предметной области, не представляется возможным, а участие в экспертном опросе чаще всего носит инициативный характер. Удовлетворительная достоверность полученных данных в этом случае достигается исчерпывающим количеством экспертов, исчисляемым десятками тысяч и более. Такой подход активно используется производителями симуляторов виртуальной реальности, содержащих модели технических, биологических и других систем развлекательного назначения [7]. Однако использовать открытые сетевые ресурсы для опроса экспертов в области вооружения и военной техники недопустимо по соображениям государственной безопасности, поэтому проблема отбора экспертов не может быть решена описанным способом. Кроме того, данная предметная область является специфической: опытом управления вооружением и военной техникой обычно обладает узкий круг военных специалистов. Данное обстоятельство в значительной степени ограничивает возможности отбора экспертов по степени доверия, что сказывается на методике применения метода экспертных оценок моделей при создании тренажерных систем военного назначения.

Для решения проблемы оптимизации степени достоверности математической модели тренажерной системы вооружения и военной техники предлагается методика статистической оценки эффективности виртуальных симуляторов технологического оборудования на основе экспертного анализа результатов численного эксперимента. Методика реализуется в процессе моделирования, структурная схема которого представлена на рисунке 1.

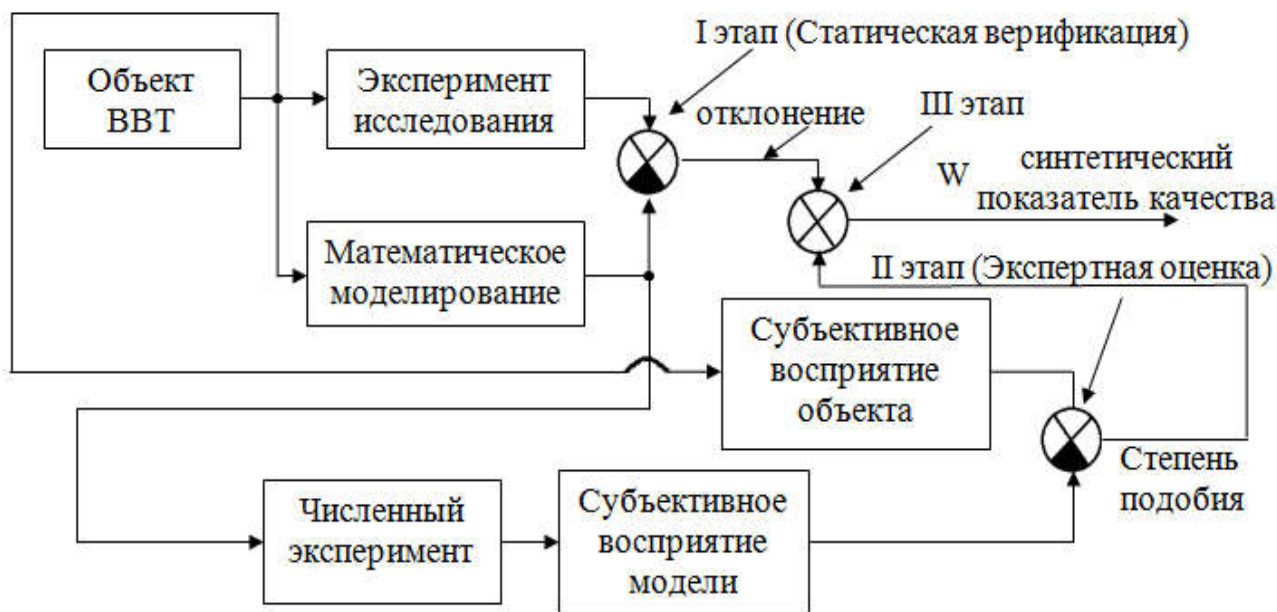


Рисунок 1 – Структурная схема процесса моделирования образца военной техники с применением методики статистической оценки эффективности виртуальных симуляторов технологического оборудования на основе экспертного анализа результатов численного эксперимента

При создании симулятора технического объекта выполняется математическое моделирование его системы на основе анализа протекающих в ней физических процессов.

При моделировании разветвленной схемы пневматической установки выходными сигналами модели будут являться величины давления газа на различных ее участках. Значения давлений в моделируемом объекте отображаются при помощи манометров. Манометры не влияют на массообмен между участками пневматической системы. Величины давлений, которые должны отображать их модели, прямопропорциональны количеству газа, накопившегося на соответствующих участках схемы:

$$\frac{p_i}{p_i^0} = \frac{V_i}{V_i^0}, \quad (1)$$

где  $p_i$  – абсолютное давление газа  $i$ -го контура, Па;

$p_i^0$  – абсолютное атмосферное давление, Па;

$V_i$  – объем газа, накопившегося на участке схемы, соответствующем  $i$ -му контуру, м<sup>3</sup>;

$V_i^0$  – емкость участка схемы, соответствующего  $i$ -му контуру, м<sup>3</sup>.

Движущей силой процесса массообмена между различными участками пневматической системы является градиент концентраций газа или давлений. При этом в процессе массообмена газовые потоки преодолевают некоторое сопротивление движению, что объясняется наличием в пневматической системе различных сужающих устройств в виде запорно-регулирующей арматуры. Сужающие устройства обладают единственной характеристикой – сопротивлением материальному потоку, которое обусловлено действием сил трения в потоке вязкого газа.

В рамках упрощенной модели примем следующие допущения:

процесс течения газа в трубопроводе считается ламинарным;

процессы расширения газа являются обратимыми;

плотность газа не влияет на величину его динамической вязкости;

силы инерции и сила тяжести не оказывают влияния на движение газовых потоков в пневматической системе установки.

Тогда процесс преодоления потоком газа сужающего устройства в форме канала круглого сечения может быть описан формулой Пуазейля (2) для потока вязкой жидкости или газа:

$$G_i = \frac{(p - p_i) \cdot \pi \cdot R_i^4}{8 \cdot \mu \cdot l_i}, \quad (2)$$

где  $G_i$  – расход газового потока, м<sup>3</sup>/с;

$\mu$  – вязкость газа Па·с;

$R_i$  – средний радиус канала сужающего устройства, м;

$l_i$  – длина канала сужающего устройства, м;

$p - p_i$  – перепад давления на сужающем устройстве, Па.

Сужающие устройства рассматриваемой пневматической системы имеют возможность плавно изменять средний радиус канала, что может быть учтено введением дополнительного множителя:

$$0 \leq \Omega_i \leq 1. \quad (3)$$

Тогда:

$$G_i = \frac{(p - p_i) \cdot \pi \cdot R_i^4 \cdot \Omega_i}{8 \cdot \mu \cdot l_i}. \quad (4)$$

Обозначим постоянные уравнения (4), отражающие свойства сопротивления потоку:

$$h_i = \frac{\pi \cdot R_i^4}{8 \cdot \mu \cdot l_i}. \quad (5)$$

Тогда величина, обратная пневматическому сопротивлению, будет иметь физический смысл проводимости или производительности сужающего устройства при единичном перепаде давления на нем:

$$k_i = \frac{1}{h_i} = \frac{8 \cdot \mu \cdot l_i}{\pi \cdot R_i^4}. \quad (6)$$

Тогда уравнение (4) примет вид:

$$G_i = k_i \cdot \Omega_i \cdot (p - p_i). \quad (7)$$

Представим расход газового потока в виде прохождения объема за единицу времени:

$$G_i = \frac{\Delta V_i}{\Delta t}, \quad (8)$$

где  $V_i$  – объем газа, протекающего через сужающее устройство.

Учитывая (1):

$$p_i = \frac{V_i \cdot p_i^0}{V_i^0}. \quad (9)$$

Подставим (8) и (9) в уравнение (7):

$$\frac{\Delta V_i}{\Delta t} = k_i \cdot \Omega_i \cdot \left( p - \frac{V_i \cdot p_i^0}{V_i^0} \right). \quad (10)$$

Тогда предел при  $\Delta t \rightarrow 0$  равен:

$$V_i' = k_i \cdot \Omega_i \cdot p - \frac{V_i \cdot k_i \cdot \Omega_i \cdot p_i^0}{V_i^0}. \quad (11)$$

Получим дифференциальное уравнение 1-го порядка относительно  $V_i$ , линейное, неоднородное:

$$V_i' + V_i \cdot k_i \cdot \Omega_i \cdot \frac{p_i^0}{V_i^0} = k_i \cdot \Omega_i \cdot p. \quad (12)$$

В результате решения уравнения получим:

$$V_i^{(\text{неоднор.})} = C_1 \cdot \exp\left(-k_i \cdot \Omega_i \cdot \frac{p_i^0}{V_i^0} \cdot t\right) + \frac{V_i}{p_i^0} \cdot p. \quad (13)$$

Известно, что  $p_i^0$  – атмосферное давление, которое по условиям задачи не меняется, и в любой момент времени равно 1, тогда:

$$V_i^{(\text{неоднор.})} = C_1 \cdot \exp\left(-k_i \cdot \Omega_i \cdot \frac{1}{V_i^0} \cdot t\right) + V_i^0 \cdot p, \quad (14)$$

где  $V_i^0 = \text{const}$  – внутренний параметр рассматриваемого участка схемы, конструктивно заложенный и не зависящий от времени.

Определим начальное условие  $V_i(0)$ .

В начальный момент времени  $t=0$ , когда клапан открывается ( $\Omega_i > 0$ ), параметр состояния рассматриваемого участка схемы  $p_i$  имеет некоторое начальное значение.

В этом случае, учитывая что  $p_i^0 = 1$ , из (9) получаем:

$$V_i(0) = p_i \cdot V_i^0, \quad (15)$$

тогда из (14)

$$V_i(0) = C_1 + p \cdot V_i^0 = p_i \cdot V_i^0. \quad (16)$$

Выразим  $C_1$ :

$$C_1 = V_i^0 (p_i - p). \quad (17)$$

Получим решение дифференциального уравнения (12) относительно

$$V_i^{(\text{неоднор.})} = V_i^0 (p_i - p) \cdot \exp\left(-k_i \cdot \Omega_i \cdot \frac{1}{V_i^0} \cdot t\right) + V_i^0 \cdot p, \quad (18)$$

где  $p$  – давление внешнего контура, Па.

Решение дифференциального уравнения (12) может быть получено и в форме дискретной модели, для этого запишем его в виде:

$$\frac{\Delta V_i}{\Delta t} = k_i \cdot \Omega_i \cdot p - V_i \cdot k_i \cdot \Omega_i \cdot \frac{p_i^0}{V_i^0}. \quad (19)$$

Учитывая (1):

$$\frac{dV_i}{dt} = k_i \cdot \Omega_i (p - p_i). \quad (20)$$

Для перехода к дискретной модели запишем уравнение (20), выполнив замену конечными разностями:

$$\frac{\Delta V_i}{\Delta t} = k_i \cdot \Omega_i (p - p_i). \quad (21)$$

Решение уравнения (21) может быть получено путем последовательного интегрирования в процессе физической реализации моделирующего алгоритма на ЭВМ.

Таким образом, подготовлены решения дифференцированного уравнения модели (12) в следующих формах:

а) Аналитическое решение (18):

$$V_i(t) = V_i^0 (p_i - p) \cdot \exp\left(-k_i \cdot \Omega_i \cdot \frac{1}{V_i^0} \cdot t\right) + V_i^0 \cdot p.$$

б) В форме конечных разностей (21):

$$\Delta V_i = k_i \cdot \Omega_i (p - p_i) \cdot \Delta t.$$

При выборе уравнения для реализации моделирующего алгоритма необходимо учитывать то, что имеется задача разработки упрощенной математической модели процесса. Это необходимо для создания компьютерного тренажера, который может быть аппаратно построен с использованием микроконтроллеров ограниченной расчетной производительности. В связи с этим является технически целесообразным использовать наименее ресурсоемкое решение в форме конечных разностей (23).

Для осуществления статистической верификации результата моделирования необходимо располагать данными натуральных испытаний моделируемого образца техники. Натурный эксперимент должен быть спланирован таким образом, чтобы раскрыть закономерности моделируемого процесса.

Экспериментальные исследования осуществлялись с использованием пневматической системы авиационного воздухозаправщика ВЗ-20-350-131 на режиме «Перепуск» сжатого воздуха из 1-й группы баллонов во 2-ю группу баллонов с 300 атм. до 240 атм. при средней температуре окружающей среды +6°, и атмосферном давлении 739 мм рт. ст.

При проведении эксперимента было зафиксировано 22 значения времени  $t$ . Для каждого из 22 значений времени была проведена серия из 100 измерений, в результате чего в каждый момент времени  $t$  были определены значения математического ожидания и исправленного среднего квадратичного отклонения величины давления  $p$ . Найден доверительный интервал для математического ожидания генеральной совокупности с доверительной вероятностью  $\gamma=0,99$  и оценено генеральное стандартное отклонение. Результаты эксперимента представлены на рисунке 2.

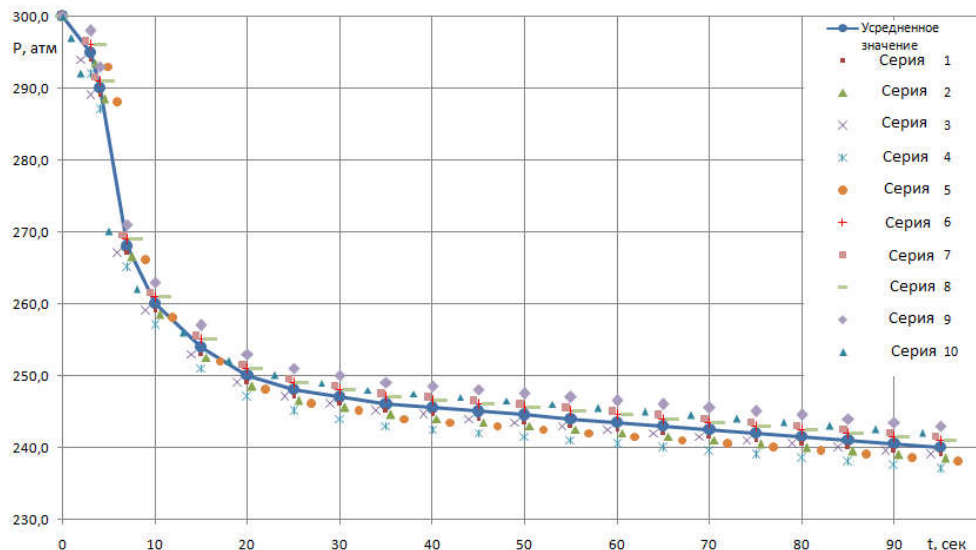


Рисунок 2 – Результаты натурального экспериментального исследования

Численный эксперимент выполнен при помощи фрагмента программы симулятора с использованием решения в форме конечных разностей в среде объектно-ориентированного программирования Borland C++ Builder. В качестве исходных данных для моделирования выбраны характеристики режима «Перепуск», использованные при натурном эксперименте.

Максимальная дискретность расчета выбрана на основе общепринятого формата телевизионного сигнала, для которого органолептически обусловленная частота смены кадров изображения, обеспечивающая получение комфортного анимационного эффекта, составляет 25 Гц.

Таким образом, минимальный шаг расчета будет соответствовать  $\Delta t = 1/25 = 0,04$  сек., максимальный шаг расчета может быть выбран на основе экспертной оценки качества модели.

Результаты численного эксперимента для  $\Delta t = 0,04$ ;  $\Delta t = 0,08$ ;  $\Delta t = 0,16$ ;  $\Delta t = 0,32$ ;  $\Delta t = 0,64$  представлены на рисунке 3.

Несмотря на детерминированный характер модели в результате присутствует стохастическая составляющая, источником которой является субъективное восприятие виртуального симулятора наблюдателем.

На первом этапе оценки качества модели осуществляется статистическая верификация данных математического моделирования по данным натурального экспериментального исследования процесса функционирования технической системы, в соответствии со схемой, представленной на рисунке 1, по результатам которой может быть получен статистический показатель качества модели, например, среднеквадратичное отклонение.

На втором этапе по исследуемой математической модели проводится экспертная оценка степени подобия результатов численного эксперимента объекту моделирования, результаты которой представлены на рисунке 4.

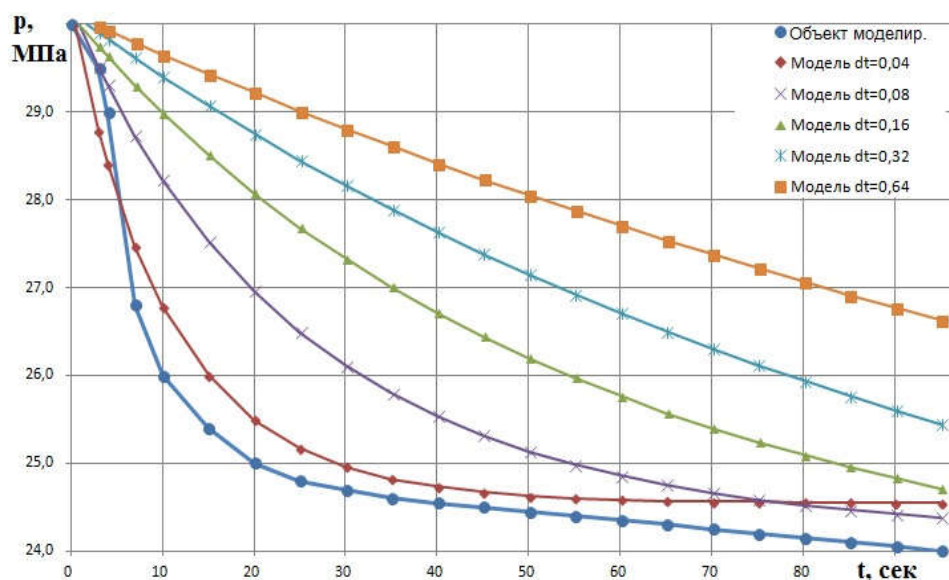


Рисунок 3 – Результаты численного эксперимента с математической моделью для различной дискретности расчета

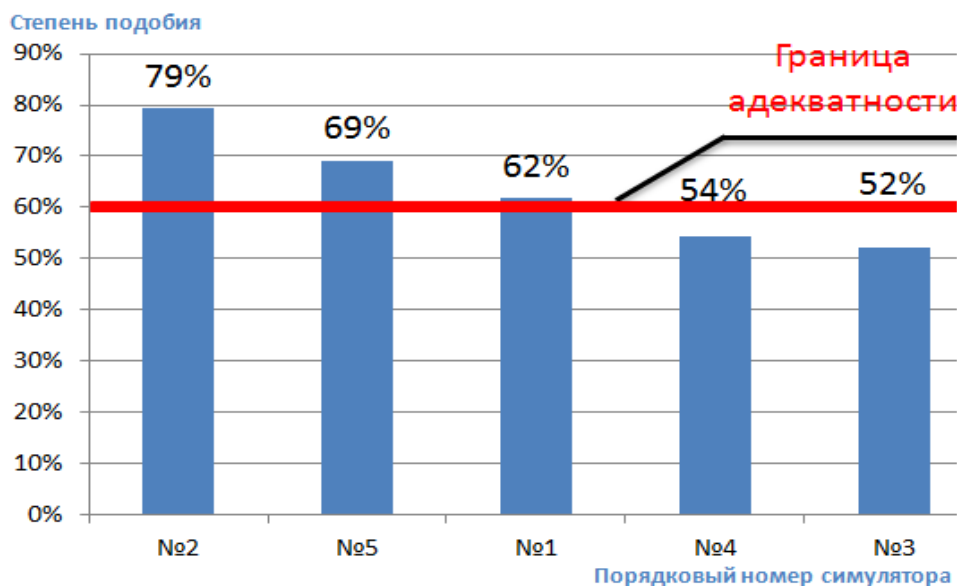


Рисунок 4 – Результаты экспертной оценки подобию виртуальных симуляторов объекту моделирования в зависимости от величины шага расчета:

№ 1:  $\Delta t=0,16$  сек. , № 2:  $\Delta t=0,04$  сек. , № 3:  $\Delta t=0,64$  сек. , № 4:  $\Delta t=0,32$  сек. , № 5:  $\Delta t=0,08$  сек.

На третьем этапе на основе статистической (объективной) и экспертной (субъективной) оценки качества модели получен синтетический показатель качества, отражающий потенциальную применимость модели, для создания моделирующего алгоритма обучающего виртуального симулятора технической системы требуемой степени подобию.

В результате анализа адекватности модели по методу экспертных оценок получена зависимость показателя адекватности поведения модели от величины шага расчета, определяется значение минимальной достаточной величины соответствия модели объекту моделирования.

Для унификации оценки моделей виртуальных симуляторов без реализации моделирующего алгоритма в виде программного продукта, результаты экспертной оценки могут быть выраже-

ны в виде зависимости показателя качества модели по экспертной оценке от величины среднего квадратичного отклонения, как показано на рисунке 5.

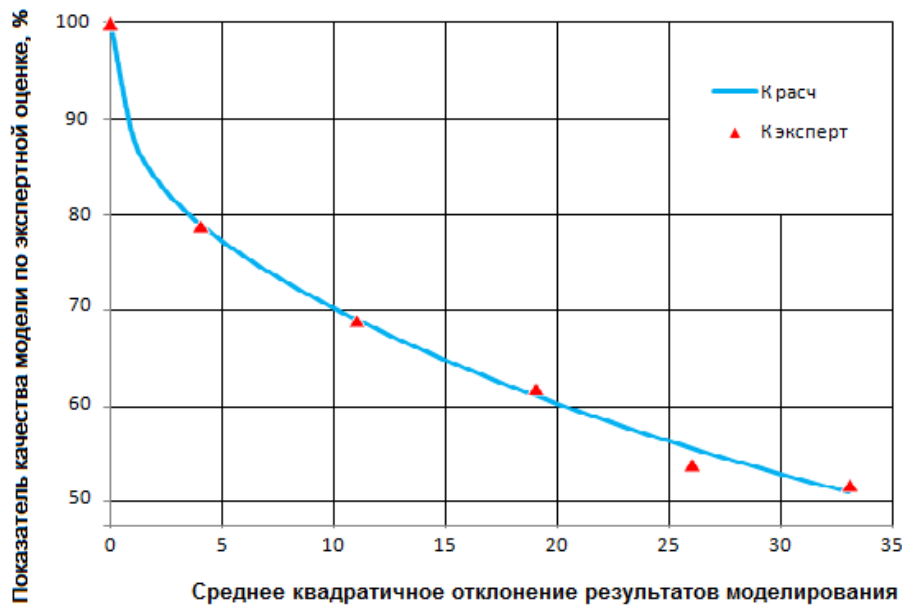


Рисунок 5 – Зависимость показателя качества модели по экспертной оценке от величины среднего квадратичного отклонения (Кэксперт – показатели качества модели по экспертной оценке; Красч – интерполяция зависимости качества модели от среднего квадратичного отклонения)

Для удобства использования данной зависимости при оценке адекватности разрабатываемых моделей виртуальных симуляторов, не прибегая к трудоемкому методу экспертных оценок, данная зависимость может быть представлена в виде следующего эмпирического уравнения, представляющего из себя рациональную функцию с знаменателем второго порядка:

$$W = \frac{a + b\delta}{1 + c\delta + d\delta^2}, \tag{24}$$

где  $W$  – комбинированный показатель качества математической модели виртуального симулятора, %;  $\delta$  – среднеквадратичное отклонение выходного сигнала модели от экспериментальных данных;  $a=100$ ,  $b=108$ ,  $c=1,336$ ,  $d=0,025$  – эмпирические коэффициенты при величине коэффициента корреляции  $\sim 0,999$ .

Для этого необходимо ввести лингвистическую переменную  $E$ , охватывающую диапазон экспертных оценок от 0 до 100%. Значение данной переменной задается терм-множеством:

$$E = \left\{ \begin{array}{l} \text{'Равная предпочтительность'}, \\ \text{'Слабая степень предпочтения'}, \\ \text{'Средняя степень предпочтения'}, \\ \text{'Предпочтение выше среднего'}, \\ \text{'Умеренно сильное предпочтение'}, \\ \text{'Сильное предпочтение'}, \\ \text{'Очень сильное (очевидное) предпочтение'}, \\ \text{'Очень, очень, сильное предпочтение'}, \\ \text{'Абсолютное предпочтение'}. \end{array} \right.$$

Учитывая качественный характер оценки целесообразно использовать дополнительное масштабирование  $W$  в лингвистической шкале.



Каждый терм будет характеризоваться функцией принадлежности и составлять  $\mu: E \rightarrow [0, 1]$  нечеткое множество  $\tilde{E} = \{e, \mu(e), e \in E\}$ .

Для термов «полное соответствие» и «отсутствие связи» зададим S-образные функции принадлежности вида:

$$\mu(e, a, b, c) = \begin{cases} 0, & e \leq a, \\ 2 \left( \frac{e-a}{c-a} \right)^2, & a \leq e \leq b, \\ 1 - 2 \left( \frac{e-a}{c-a} \right)^2, & b \leq e \leq c, \\ 1, & x \geq c, \end{cases} \quad (25)$$

где  $b = (a+c)/2$ , а для остальных термов П-образные вида:

$$\mu(e, a, b, c) = \begin{cases} s \left( e, c-b, c-\frac{b}{2}, c \right), & e \leq c, \\ 1 - \left( e, c, c+\frac{b}{2}, c+b \right), & x \geq c. \end{cases}$$

Диапазоны соответствия лингвистических терм (качественной оценки) и численной (количественной) оценки приведены в таблице 1.

Таблица 1 – Диапазоны соответствия лингвистических терм (качественной оценки) и численной (количественной) оценки

Диапазон численной экспертной оценки	Лингвистический терм	Комментарии
0-8	«Равная предпочтительность»	Две альтернативы одинаково предпочтительны с точки зрения цели
5-19	«Слабая степень предпочтения»	Промежуточная градация между равным и средним предпочтением
16-30	«Средняя степень предпочтения»	Опыт эксперта позволяет считать одну из альтернатив немного предпочтительнее другой
27-41	«Предпочтение выше среднего»	Промежуточная градация между средним и умеренно сильным предпочтением
38-52	«Умеренно сильное предпочтение»	Опыт эксперта позволяет считать одну из альтернатив явно предпочтительнее другой
49-63	«Сильное предпочтение»	Промежуточная градация между умеренно сильным и очень сильным предпочтением
60-74	«Очень сильное (очевидное) предпочтение»	Опыт эксперта позволяет считать одну из альтернатив гораздо предпочтительнее другой: доминирование альтернативы подтверждено практикой
71-85	«Очень, очень сильное предпочтение»	Промежуточная градация между очень сильным и абсолютным предпочтением
82-100	«Абсолютное предпочтение»	Очевидность подавляющей предпочтительности одной альтернативы над другой имеет неоспоримое подтверждение

Таким образом, получен новый критерий оценки адекватности моделей виртуальных симуляторов, позволяющий осуществить оптимизацию ресурсоемкости разрабатываемой математической модели еще на логическом уровне моделирования [2], что позволит в значительной степени снизить трудоемкость создания виртуальных симуляторов технических систем.

#### **Список использованных источников**

1. Жильцов В., Павличева Е. Технологии виртуальных симуляторов в современном дистанционном образовании // Информационные ресурсы России. – 2015. – № 1.
2. Головин В.Я., Шаламов А.С., Кирсанов А.П. Моделирование систем и процессов: Учебник для слушателей и курсантов инженерных вузов ВВС. – М: ВУНЦ ВВС «ВВА им. проф. Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина», 2010. – 432 с.
3. Саати Т., Керне К. Аналитическое планирование. Организация систем / Пер. с англ. – М. Радио и связь, 1991 – 224 с.
4. Майерс Г., Баджетт Т., Сандлер К. Искусство тестирования программ. – 3-е издание. – М.: Диалектика, 2012. – 272 с.
5. Калбертсон Р., Браун К., Кобб Г. Быстрое тестирование. – М.: Вильямс, 2002. – 374 с.
6. Криспин Л., Грегори Дж. Гибкое тестирование: практическое руководство для тестировщиков ПО и гибких команд. – М.: Вильямс, 2010. – 464 с.
7. Шапиро Д.И. Виртуальная реальность и проблемы нейрокомпьютинга. – М., 2014. – 454 с.