

В.Г. Найденов, доктор технических наук,  
старший научный сотрудник  
Е.В. Першин

## **Методический подход к формированию рационального типажа средств траекторных измерений испытательного полигона Министерства обороны Российской Федерации**

*В статье предложен методический подход, позволяющий сформировать рациональный типаж новых средств траекторных измерений, необходимых для оснащения наземного траекторного измерительного комплекса.*

Задача формирования рационального типажа новых средств траекторных измерений (ТИ), необходимых для дооснащения траекторных измерительных комплексов (ТИК) испытательных полигонов, возникает при формировании государственных программных документов по развитию вооружения и военной техники (ВВТ) [1, 4]. В данной статье рассматривается задача формирования рационального типажа новых средств траекторных измерений, необходимых для совершенствования экспериментально-испытательной базы отдельного испытательного полигона с целью обеспечения испытаний на нем перспективных образцов ВВТ с использованием разработанного способа автоматизированного синтеза ТИК.

Как правило, необходимый типаж новых средств траекторных измерений для дооснащения ТИК испытательного полигона обосновывается исходя из требований к траекторным измерительным комплексам, предъявляемым к ним со стороны перспективных образцов ВВТ, которые планируется испытывать на определенном временном интервале [2, 3, 4].

Ранее рациональный состав и типаж дополнительных средств ТИ, необходимых для дооснащения траекторного измерительного комплекса формировался путем перебора различных вариантов расстановок средств ТИ на наземных измерительных пунктах (ИП) и выбора наилучшего варианта по выбранному критерию эффективности. Такой путь является достаточно трудоемким для лица, принимающего решение, поскольку необходимо провести перебор средств ТИ не только по всем измерительным пунктам, но и корректировать состав средств ТИ при рассмотрении различных точек планируемых траекторий полета испытываемых летательных аппаратов (ЛА) или множества точек рассматриваемого измерительного пространства. Кроме того, в этом случае, возможна лишь приблизительная минимизация затрат на совершенствование рассматриваемого траекторного измерительного комплекса.

В данной статье предлагается использовать разработанный автоматизированный способ синтеза ТИК, предполагающий минимальное участие лица, принимающего решение. При этом важным является правильный выбор показателей точности ТИК.

В работах [5, 6] в качестве показателя точности  $Q(k)$  траекторного измерительного комплекса предлагается выбирать значение вероятности  $P\{\Delta\hat{\Theta}(k)\subset B\}$  нахождения в каждый дискретный момент времени  $t=k$  погрешности  $\Delta\hat{\Theta}(k)$  оценки вектора  $\hat{\Theta}(k)$  параметров движения летательных аппаратов (ЛА) в пределах заданной доверительной области  $B$  требований к точности ТИК.

Показатель  $Q(k)$  точности наземного ТИК представляет собой обобщенную интервальную гарантированную оценку точности траекторного измерительного комплекса по оцениваемому вектору  $\hat{\Theta}(k)$  параметров движения летательного аппарата и в настоящее время достаточно

часто используется в теории траекторных измерений. Рассмотрим случай, когда оцениваемый вектор  $\hat{\Theta}(k)$  параметров движения ЛА для заданной точки  $k$  траектории его полета имеет нормальное распределение и задается в виде:

$$\Theta(k) = [x(k) y(k) z(k) \dot{x}(k) \dot{y}(k) \dot{z}(k)]^T = [\Theta_1(k) : \Theta_2(k)]^T,$$

где  $\Theta_1(k) = [x(k) y(k) z(k)]^T$ ,  $\Theta_2(k) = [\dot{x}(k) \dot{y}(k) \dot{z}(k)]^T$  – вектор координат ЛА и вектор составляющих вектора скорости ЛА в полигонной системе координат соответственно.

Тогда условием выполнения требований, предъявляемых к точности траекторного измерительного комплекса, будет следующее выражение:

$$P\{\Delta\hat{\Theta}(k) \subset B\} \geq P_d, \quad (1)$$

где  $B$  – заданная доверительная область требований к точности ТИК;

$P_d$  – значение доверительной вероятности попадания вектора погрешности оценки вектора  $\hat{\Theta}(k)$  параметров движения ЛА в заданную доверительную область  $B$  требований к точности ТИК.

Постановка задачи определения рационального типажа новых средств для ТИК испытательного полигона в математическом виде может быть представлена следующим функционалом:

$$C(X_{n_r(\text{рас})}) = \underset{X_{n_r} \in \Omega}{\operatorname{Argmin}} \left( \sum_{m=1}^M \sum_{r=1}^R C_{rm}(X_{rm}) \right), \quad (2)$$

с ограничением вида  $P\{(\Delta\hat{\Theta}(k))_{X_n} \subset B\} \geq P_d$  для всех траекторий полета ЛА,

где  $X_{n_r(\text{рас})}$  – вектор рационального состава новых средств ТИ, необходимых для выполнения в полном объеме требований, предъявляемых со стороны испытываемых перспективных образцов ВВТ;

$C(X_{n_r(\text{рас})})$  – суммарная стоимость рационального состава новых средств ТИ, необходимых для выполнения в полном объеме требований, предъявляемых со стороны испытываемых перспективных образцов ВВТ;

$M$  – количество типов необходимых средств ТИ;

$R$  – количество средств ТИ  $r$ -го типа;

$\Omega$  – область изменения вектора  $X_{n_r}$ .

В функционале (2) вектор  $X_{n_r}$  имеет следующую структуру:

$$X_{n_r} = \sum_{m=1}^M X_{Rm}, \quad X_{Rm} = [X_{1m}, \dots, X_{rm}, \dots, X_{Rm}],$$

где  $X_{rm}$  –  $r$ -е средство ТИ  $m$ -го типа.

Обобщенный алгоритм формирования рационального типажа новых средств траекторных измерений, необходимых для дооснащения наземного траекторного измерительного комплекса, приведен на рисунке 1.

В блоках 1-3 алгоритма проводится ввод следующих исходных данных:

- ввод требований по точности оценки координат и составляющих вектора скорости ЛА для всех траекторий полета летательных аппаратов  $\hat{\sigma}_{\dot{x}}(i), \hat{\sigma}_y(i), \hat{\sigma}_z(i), \hat{\sigma}_{\dot{x}}(i), \hat{\sigma}_{\dot{y}}(i), \hat{\sigma}_{\dot{z}}(i)$ ,  $i = \overline{1, \dots, l}$ , где  $l$  – количество рассматриваемых точек траектории полета ЛА;
- ввод данных о составе и ТТХ (среднеквадратические погрешности оценки первичных измеряемых параметров, максимальная дальность действия измерительных каналов и т. д.) средств ТИ, имеющихся на измерительных пунктах испытательного полигона;
- ввод данных о составе и ТТХ перспективных средств ТИ.

В блоке 5 алгоритма проводится генерация текущей траектории полета ЛА в полигонной системе координат в соответствии с методикой [5]. Далее в блоке 8 алгоритма проводится формирование вектора  $X_n(i)$  существующих на ИП средств ТИ, которые наблюдают ЛА в  $i$ -й точке его траектории.

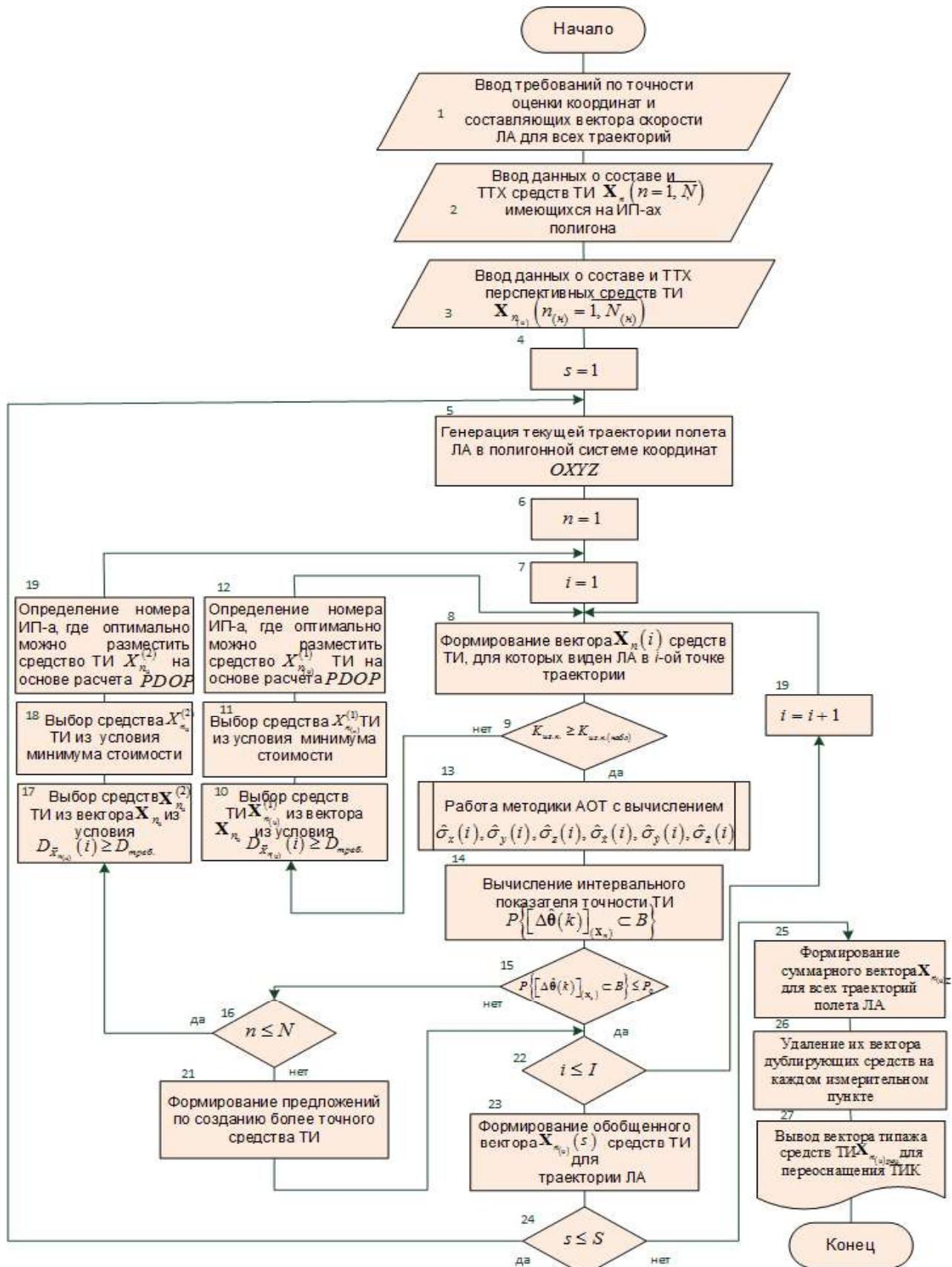


Рисунок 1 – Обобщенный алгоритм формирования рационального типажа новых средств траекторных измерений, необходимых для дооснащения наземного траекторного измерительного комплекса

Затем в блоке 9 проверяется условие наблюдаемости ЛА, т. е. проводится проверка возможности реализации для данной точки траектории какого-нибудь метода измерения (оценки параметров движения ЛА с использованием необходимого количества первичных траекторных измерений  $K_{\text{из.к. (набл)}}$ ). В случае невыполнения условия блока 9 в блоке 10 проводится выбор из  $X_n$  вектора средств ТИ из условия  $D_{X_n}(i) \geq D_{\text{треб}}$ , т. е. дальность действия выбранных средств ТИ позволяет проводить траекторные измерения в  $i$ -й точке траектории. Далее в блоке 11 из выбранного набора средств выбирается средство  $X_{N_{(H)}}^{(1)}$  по критерию минимума стоимости.

В блоке 12 алгоритма проводится определение номера измерительного пункта, где оптимальным образом можно разместить выбранное средство  $X_{N_{(H)}}^{(1)}$  траекторных измерений.

Для рационального размещение планируемых новых средств ТИ на измерительных пунктах был использован специальный показатель – пространственный геометрический фактор (PDOP), который показывает ухудшение точности оценки ТИК пространственных координат обусловленное геометрией размещения пунктов ТИК. Данный показатель оценивается по следующей формуле:

$$PDOP = \sqrt{\text{trace}[\mathbf{H}^T \cdot \mathbf{H}]^{-1}} \quad (3)$$

где  $\mathbf{H}$  – матрица частных производных измеряемых параметров средствами ТИ по оцениваемым параметрам движения ЛА.

Описание дополнительного алгоритма рационального размещения планируемых средств ТИ на измерительных пунктах приведено на рисунке 2.

В блоке 1 алгоритма проводится ввод координат ИП и рассматриваемой  $i$ -й точки траектории ЛА. Далее в блоке 2 проводится формирование матрицы частных производных для всех рассматриваемых измерительных каналов для  $i$ -й точки траектории.

Затем в блоке 3 алгоритма проводится вычисление значения PDOP по формуле (3) при наличии всех измерительных пунктов  $F$ , наблюдающих ЛА в  $i$ -й точке траектории. Далее в блоках 5 и 6 проводится последовательное вычисление значения матрицы частных производных  $PDOP_{M-1}(f)$  и по формуле (3) при условии отсутствия одного из ИП, где  $f < F$ .

Далее в блоках 9-12 проводится вычисление разности  $\Delta(f)$  между значением  $PDOP$  при наличии всех ИП, наблюдающих ЛА в  $i$ -й точке траектории, и значениями  $PDOP$ , при условии отсутствия одного из ИП, по формуле  $\Delta(f) = PDOP_M(f) - PDOP_{M-1}(f)$ , где  $f < F$ .

В блоке 13 алгоритма проводится выбор ИП, у которого значение  $\Delta(f)$  минимально. Исходя из проведенных расчетов на таком выбранном измерительном пункте целесообразно установить новое измерительное средство ТИ.

Далее, возвращаясь к алгоритму формирования рационального типажа новых средств траекторных измерений, необходимых для дооснащения наземного траекторного измерительного комплекса, управление передается на блок 9. В случае выполнения условия блока 9, управление передается на блок 13, где с использованием методики априорной оценки точности ТИК проводится оценка среднеквадратических погрешностей измерения составляющих вектора параметров движения ЛА  $\Delta \hat{\Theta}$ , т. е.  $\hat{\sigma}_x(i), \hat{\sigma}_y(i), \hat{\sigma}_z(i), \hat{\sigma}_{\dot{x}}(i), \hat{\sigma}_{\dot{y}}(i), \hat{\sigma}_{\dot{z}}(i)$  [5].

Далее в блоке 14 проводится вычисление интервального показателя точности ТИК  $P\{(\Delta \hat{\Theta}(k))_{X_n} \subset B\} \geq P_d$  следующим образом.

В случае нормального закона распределения случайного вектора оценки параметров движения ЛА  $\hat{\Theta}(k)$  в качестве показателей точности ТИК, характеризующих случайную составляющую погрешности оценки этого вектора, выступает его ковариационная матрица  $\mathbf{Y}_{\hat{\Theta}}(k)$ . При этом рассматриваются две априорно оцениваемые ковариационные матрицы  $\mathbf{Y}_{\hat{\Theta}_1}(k)$  и  $\mathbf{Y}_{\hat{\Theta}_2}(k)$ .

соответствующих векторов  $\hat{\Theta}_1$  и  $\hat{\Theta}_2$ , которые характеризуют случайную составляющую по-грешности оценки координат ЛА и составляющих вектора скорости ЛА.

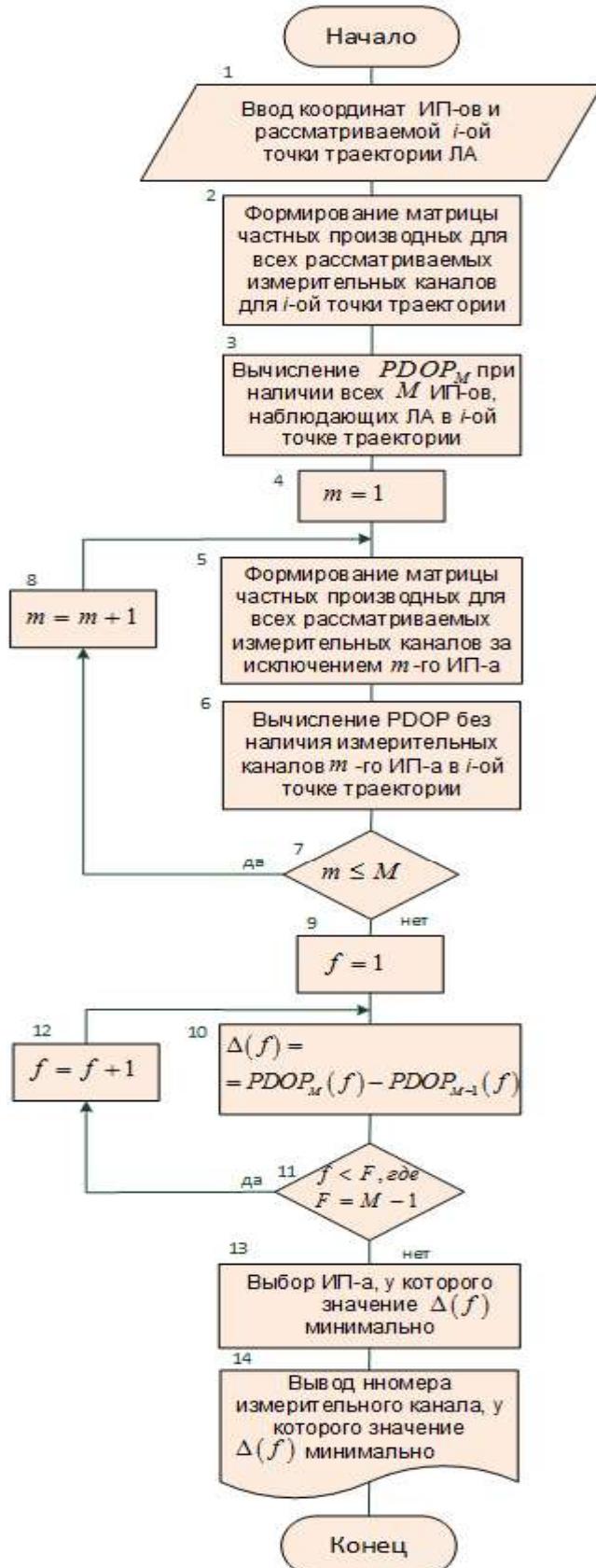


Рисунок 2 – Алгоритм рационального размещения планируемых средств ТИ на измерительных пунктах ТИК

На рисунке 3 представлены эллипсоид рассеяния погрешности оценки ТИК координат траектории полета ЛА и доверительная область требований  $B_{\text{зл}}^3$ , предъявляемых к точности траекторного измерительного комплекса.

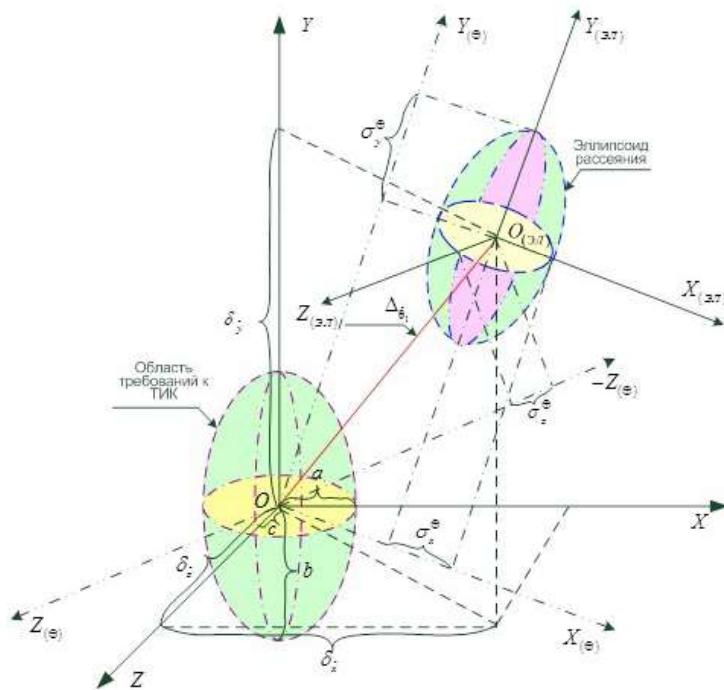


Рисунок 3 – Эллипсоид рассеяния погрешности оценки координат траектории полета ЛА и область требований к точности ТИК

В предположении, что случайные величины  $\hat{x}$ ,  $\hat{y}$  и  $\hat{z}$  являются некоррелированными и имеют нормальный закон распределения в каноническом виде, вероятность события, заключающегося в том, что вершина случайного вектора  $\Delta Q_1$  попадает в рассматриваемый эллипсоид  $B_{\text{зл}}^3$ , определится следующей формулой [7, 8]:

$$P(\Delta \hat{\Theta}_1 \subset B_{\text{зл}}^3) = \iiint_{B_{\text{зл}}} \frac{1}{(\sqrt{2\%ipi})^3 \sigma_{\hat{x}}^* \sigma_{\hat{y}}^* \sigma_{\hat{z}}^*} \left[ \exp \left( -\frac{1}{2} \left( \frac{(x - \sigma_{\hat{x}})^2}{(\sigma_{\hat{x}}^*)^2} + \frac{(y - \sigma_{\hat{y}})^2}{(\sigma_{\hat{y}}^*)^2} + \frac{(z - \sigma_{\hat{z}})^2}{(\sigma_{\hat{z}}^*)^2} \right) \right) \right] dx dy dz, \quad (4)$$

где  $\sigma_{\hat{x}}$ ,  $\sigma_{\hat{y}}$  и  $\sigma_{\hat{z}}$  – систематические составляющие оценки погрешностей соответственно случайных величин  $\hat{x}$ ,  $\hat{y}$  и  $\hat{z}$ ;

$\sigma_{\hat{x}}^*$ ,  $\sigma_{\hat{y}}^*$  и  $\sigma_{\hat{z}}^*$  – главные среднеквадратические отклонения соответственно случайных величин  $\hat{x}$ ,  $\hat{y}$  и  $\hat{z}$  в координатах  $O_{\text{зл}} X_{\text{зл}} Y_{\text{зл}} Z_{\text{зл}}$ .

Определение значений главных среднеквадратических отклонений  $\sigma_{\hat{x}}^*$ ,  $\sigma_{\hat{y}}^*$ ,  $\sigma_{\hat{z}}^*$  случайных величин  $\hat{x}$ ,  $\hat{y}$ ,  $\hat{z}$  может быть проведено путем приведения ковариационной матрицы  $\boldsymbol{\gamma}_{\hat{\Theta}_1}$ , полученной по результатам априорной оценки точности ТИК, к ее каноническому виду  $\boldsymbol{\gamma}_{\hat{\Theta}_1}^*$  в соответствии со следующим преобразованием:

$$\boldsymbol{\gamma}_{\hat{\Theta}_1}^* = \begin{bmatrix} \lambda_{\hat{x}} & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_{\hat{y}} & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_{\hat{z}} \end{bmatrix} = [\mathbf{U}_{\hat{\Theta}_1}^{(1)} : \mathbf{U}_{\hat{\Theta}_1}^{(2)} : \mathbf{U}_{\hat{\Theta}_1}^{(3)}]^T \cdot \boldsymbol{\gamma}_{\hat{\Theta}_1} \cdot [\mathbf{U}_{\hat{\Theta}_1}^{(1)} : \mathbf{U}_{\hat{\Theta}_1}^{(2)} : \mathbf{U}_{\hat{\Theta}_1}^{(3)}],$$

где  $\mathbf{U}_{\hat{\Theta}_1}^{(1)}$ ,  $\mathbf{U}_{\hat{\Theta}_1}^{(2)}$  и  $\mathbf{U}_{\hat{\Theta}_1}^{(3)}$  – собственные векторы ковариационной матрицы  $\boldsymbol{\gamma}_{\hat{\Theta}_1}$ ;  
 $\lambda_{\dot{x}}$ ,  $\lambda_{\dot{y}}$  и  $\lambda_{\dot{z}}$  – собственные значения этой ковариационной матрицы.

В случае рассмотрения вектора  $\hat{\Theta}(k)$  параметров движения ЛА вида  $\hat{\Theta} = [\hat{\Theta}_1 : \hat{\Theta}_2]^T$  с некоррелированными компонентами, вероятность события, заключающегося в том, что вершина случайного вектора  $\Delta \hat{\Theta}(k)$  попадает в рассматриваемый шестимерный эллипсоид  $B_{\text{эл}}^6$ , определится шестикратным интегралом вида [8].

$$P(\Delta \hat{\Theta} = [\Delta \hat{\Theta}_1 : \Delta \hat{\Theta}_2]^T \subset B_{\text{эл}}^6) = \iiint_{B_{\text{эл}}^6} \left[ \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\dot{x}}} \exp\left(-\frac{1}{2} \cdot \frac{(x - \sigma_{\dot{x}})^2}{(\sigma_{\dot{x}})^2}\right) \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\dot{y}}} \exp\left(-\frac{1}{2} \cdot \frac{(x - \sigma_{\dot{y}})^2}{(\sigma_{\dot{y}})^2}\right) \right. \\ \left. \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\dot{z}}} \exp\left(-\frac{1}{2} \cdot \frac{(x - \sigma_{\dot{z}})^2}{(\sigma_{\dot{z}})^2}\right) \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\dot{\dot{x}}}} \exp\left(-\frac{1}{2} \cdot \frac{(x - \sigma_{\dot{\dot{x}}})^2}{(\sigma_{\dot{\dot{x}}})^2}\right) \right. \\ \left. \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\dot{\dot{y}}}} \exp\left(-\frac{1}{2} \cdot \frac{(x - \sigma_{\dot{\dot{y}}})^2}{(\sigma_{\dot{\dot{y}}})^2}\right) \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\dot{\dot{z}}}} \exp\left(-\frac{1}{2} \cdot \frac{(x - \sigma_{\dot{\dot{z}}})^2}{(\sigma_{\dot{\dot{z}}})^2}\right) \right] dx dy dz d\dot{x} d\dot{y} d\dot{z} \quad (5)$$

Здесь  $\sigma_{\dot{x}}$ ,  $\sigma_{\dot{y}}$  и  $\sigma_{\dot{z}}$  – главные среднеквадратические отклонения соответственно случайных величин  $\dot{x}$ ,  $\dot{y}$  и  $\dot{z}$  в координатах  $O_{(\text{эл})} X_{(\text{эл})} Y_{(\text{эл})} Z_{(\text{эл})}$ .

Поскольку область требования к точности ТИК, как правило, не совпадает с формой эллипса, то имеются сложности в вычислении интегралов вида (4 и 5), т. е. оценки величины интервального показателя точности ТИК. Поэтому для вычисления интервального показателя точности ТИК могут быть использованы процедуры численного интегрирования с помощью, например, программного пакета Maple [9].

Далее в случае невыполнения условия блока 11 (значение вычисленного интервального показателя точности ТИК больше заданной доверительной вероятности  $P_d$ ) управление передается последовательно на блок 16, который проверяет условие полного перебора новых средств ТИ из вектора  $\mathbf{X}_{n_n}$ . При выполнении условия блока 16 управление передается на блоки 17, 18 и 19. В этих блоках выполняются аналогичные операции, которые проводятся в описанных блоках 10, 11 и 12, за исключением того, что в составе вектора  $\mathbf{X}_{n_n}^{(2)}$  отсутствует выбранное ранее средство  $\mathbf{X}_{n_n}^{(1)}$ .

В случае невыполнения условия блока 16 проводится формирование предложений по разработке более точного наземного средства ТИ или использовании на данном участке траектории полета ЛА средств ТИ, использующих навигационное поле системы ГЛОНАСС или GPS.

Далее управление передается блок 22 и организуется переход к следующей точке траектории полета ЛА на интервал, где существенно начинает меняться значение геометрического фактора или хотя бы одно измерительное средство на рассмотренных измерительных пунктах перестает сопровождать летательный аппарат.

После исследования всех актуальных точек S-й траектории полета ЛА осуществляется переход к анализу следующей траектории полета ЛА. После окончания процедуры дооснащения всех измерительных пунктов новыми средствами ТИ происходит формирование обобщенного вектора  $\mathbf{X}_{n_n}(s)$  новых средств ТИ для обеспечения траекторных измерений по S-й траектории полета ЛА.

В блоке 25 алгоритма проводится формирование суммарного вектора новых средств ТИ  $\mathbf{X}_{n_n\Sigma}$  для успешного обеспечения испытаний образцов ВВТ с использованием ЛА, движущихся

по всем  $S$  траекториям полета. Блок 26 алгоритма предполагает удаление из вектора  $X_{n,\Sigma}$  дублирующих однотипных средств ТИ, планируемых для размещения на всех измерительных пунктах ТИК. В блоке 27 осуществляется вывод рационального типажа  $X_{n,(par)}$  средств ТИ, необходимого для переоснащения ТИК испытательного полигона.

Рассмотренный методический подход к формированию рационального типажа новых средств траекторных измерений, необходимых для обеспечения испытаний перспективных образцов ВВТ, имеет следующие преимущества.

1. При формировании рационального типажа новых средств траекторных измерений используется разработанный и исследованный обобщенный интервальный показатель точности ТИК, позволяющий одновременно учитывать как требования к оценке координат ЛА, так и требования к оценке составляющих вектора скорости такого летательного аппарата.

2. В методическом подходе используется усовершенствованный алгоритм априорной оценки точности ТИК, позволяющий оценивать не только погрешности оценки координат ЛА, но и погрешности оценки составляющих вектора скорости в polygonной системе координат.

3. Методический подход позволяет практически автоматически последовательно оценивать обобщенный показатель эффективности ТИК во всех точках планируемых траекторий полета испытываемых ЛА или обеспечивающих испытания мишеней, оптимально расставлять новые средства ТИ по измерительным пунктам, а также добиваться при этом минимального расходования финансовых средств на совершенствование траекторной измерительной базы полигона.

Применение разработанного методического подхода позволит с требуемой достоверностью сформировать рациональный типаж новых средств траекторных измерений, необходимый для дооснащения наземного траекторного измерительного комплекса с целью выполнения требований по обеспечению испытаний перспективных систем вооружения. В рамках данной статьи невозможно представить результаты апробации данного методического подхода в связи с тем, что в подходе используется ряд обоснованных методик и моделей, которые используют специфические исходные данные и реализованы в разных программных средах. Обобщенные данные о результатах апробации данного методического подхода будут опубликованы в следующей статье.

#### **Список использованных источников**

1. Методология программно-целевого планирования развития системы вооружения на современном этапе. Части 1, 2 / Под редакцией Буренка В.М. – М.: Граница, 2013.
2. Жданюк В.Ф. Основы статистической обработки траекторных измерений. – М. : Советское радио, 1978.
3. Космические траекторные измерения. Радиотехнические методы измерений и математическая обработка данных / Под ред. П.А. Агаджанова, В.Е. Дулевича, А.А. Коростелева. – М.: Советское радио, 1969.
4. Бычков С.И., Лукьянов Д.П. Космические радиотехнические комплексы. – М.:Советское радио, 1967.
5. Гришин Ю.П. Радиотехнические системы. – М.:Высшая школа, 1990.
6. Найденов В.Г., Першин Е.В. Результаты исследования интервального показателя точности траекторного измерительного комплекса // Вооружение и экономика. – 2017. – № 3.
7. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. – М.: Академия, 2003.
8. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория вероятностей и ее инженерные приложения. – М: КНО-РУС, 2010.
9. Мансон Б.М. Maple Power Edithion. – М.: Филинъ, 1998.