УДК 519.853

В.Г. НАЙДЕНОВ, доктор технических наук, старший научный сотрудник
К.А. ТАРАСЕНКО

МЕТОДИЧЕСКИЙ ПОДХОД К ОПРЕДЕЛЕНИЮ РАЦИОНАЛЬНОГО ОБЪЕМА ПРОВОДИМЫХ НАТУРНЫХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ ПРИ ИСПЫТАНИЯХ СЛОЖНЫХ ТЕХНИЧЕСКИХ КОМПЛЕКСОВ

В статье разработан методический подход к определению рационального объема проводимых натурных экспериментов при испытаниях сложных технических комплексов. Данный методический подход позволит определить рациональное количество натурных экспериментов, необходимых для оценки параметров испытываемых сложных технических комплексов с требуемой гарантируемой точностью и минимальными финансовыми затратами.

***Ключевые слова**: натурные эксперименты; функционал; точность оценки параметров; минимизация затрат; рациональное решение.*

Известно, что приемочные испытания сложных технических комплексов (СТК) проводятся по программам и методикам испытаний, которые разрабатываются в соответствии с принятыми ГОСТ-ми. В этих методиках описываются объем и цель испытаний, оцениваемые параметры и расчетные соотношения, условия и порядок проведения испытаний, методы обработки и оценивания результатов испытаний, содержание видов обеспечения, а также состав отчетной документации по результатам таких испытаний [1; 2].

Однако, как правило, в таких документах не приводятся научно-обоснованные указания по продолжительности этапов проведения испытаний, объемах получения статистических данных, по которым затем оцениваются тактико-технические и эксплуатационные характеристики испытываемых технических комплексов. Такое положение дел приводит зачастую, с одной стороны, или к снижению точности и достоверности получения искомых оценок, или, с другой стороны, к повышению финансовых затрат на проведение таких испытаний. Особенно это является актуальным при проведении натурных испытаний, когда проводятся эксперименты с применением дорогостоящих невосстанавливаемых летательных аппаратов, радиоэлектронной техники, плавательных средств и других видов технических комплексов.

Анализ научной литературы, касающейся задач определения рационального объема проводимых натурных экспериментов при испытаниях СТК, показал следующее:

1. В работе «Сложные системы»[1] сделана постановка задачи определения рационального количества проводимых поэтапных натурных экспериментов при испытаниях СТК в случае оценки одного оцениваемого параметра. При этом рациональное количество натурных экспериментов, проводимых на различных этапах испытаний опытного образца комплекса, находится из максимизации точности оценки рассматриваемого параметра при ограничениях на выделенные материально-финансовые ресурсы, которые необходимы на проведение рассматриваемых этапов испытаний. Однако на практике, как правило, ограничения на материально-финансовые затраты накладываются на все эксперименты, которые проводятся при приемочных испытаниях образца технического комплекса. Кроме того, при проведении натурного эксперимента вся получаемая статистическая информация используется для получения оценок нескольких параметров испытываемого технического комплекса. Необходимо также отметить, что критерием оптимизации должна быть минимизация экономических затрат на проведение испытаний при ограничениях на требуемую гарантированную точность оценок параметров испытываемого технического комплекса, поскольку точность оценок параметров является основной целью проводимых испытаний.

2. В работе [3] рассматривается методический подход к оптимизации момента прекращения испытаний сложных технических комплексов с использованием теории статистического последовательного анализа случайных дискретных процессов [4]. Суть этого подхода состоит в том, что пошагово подсчитываются получаемые потери и доходы от проводимых экспериментов. Однако в данном методическом подходе отсутствуют конкретные критерии оптимизации процесса испытаний и вообще не рассматриваются вопросы достоверности и точности получаемых оценок параметров испытываемых образцов технических комплексов, что вообще-то является главной задачей при проведении испытаний таких комплексов.

В связи со сказанным и возникла актуальная задача разработки научно-обоснованного подхода к определению рациональных объемов прово-

[1] Шаракшанэ А.С., Железнов И.Г., Ивницкий В.А. Сложные системы: учеб. пособие. М.: Высшая школа, 1977. – 247 с.

димых натурных экспериментов и получаемых статистических данных при проведении натурных испытаний сложных технических комплексов.

Известно, что основной целью приемочных испытаний технических комплексов является подтверждение тактико-технических и эксплуатационных характеристик этих комплексов путем сравнения полученных оценок таких характеристик по результатам натурных и модельных экспериментов со значениями, прописанными в тактико-технических заданиях на эти образцы технических комплексов. При этом точность оценки тактико-технических и эксплуатационных характеристик СТК зависит как от метрологических характеристик используемой аппаратуры, так и от объема получаемой в процессе проведения экспериментов статистической информации.

Предположим, что в результате проведения ряда экспериментов оценен какой-нибудь параметр технического комплекса, который обозначим буквой $\hat{\xi}$. Эта оценка параметра является случайной величиной с неизвестными истинными значениями математического ожидания $\overset{\otimes}{m}_{\hat{\xi}}$ и среднеквадратического отклонения $\overset{\otimes}{\sigma}_{\hat{\xi}}$. В результате обработки N опытов могут быть получены оценки математического ожидания $\widetilde{m}_{\hat{\xi}}$ и несмещенной среднеквадратической погрешности $\tilde{\sigma}_{\hat{\xi}}$ величины $\hat{\xi}$ по известным формулам.

Для повышения достоверности оценки параметра $\hat{\xi}$, как правило, проводят N экспериментов. Тогда случайная величина $\hat{\xi}$ представляет собой сумму независимых случайных величин $\hat{\xi}_i\left(i = \overline{1, N}\right)$ и согласно центральной предельной теореме при достаточно большом числе N ее закон распределения близок к нормальному.

Будем исходить из того, что случайная величина $\hat{\xi}$ распределена по нормальному закону. Тогда согласно теореме Чебышева[2] истинные значения математического ожидания $\overset{\otimes}{m}_{\hat{\xi}}$ и среднеквадратического отклонения $\overset{\otimes}{\sigma}_{\hat{\xi}}$ случайной величины $\hat{\xi}$ могут соответственно оцениваться следующими соотношениями:

$$\overset{\otimes}{m}_{\hat{\xi}} = \widetilde{m}_{\hat{\xi}};\ \overset{\otimes}{\sigma}_{\hat{\xi}} = \frac{\tilde{\sigma}_{\hat{\xi}}}{\sqrt{N}}. \qquad (1)$$

[2] Вентцель Е.С. Теория вероятностей: учебник. 4-е изд. М.: Наука, Гл. редакция физ.-мат. литературы, 1969. – 576 с.

Из соотношений (1) видно, что при увеличении объема статистического материала оценка математического ожидания $\tilde{m}_{\hat{\xi}}$ случайной величины сходится к значению ее истинного математического ожидания $\overset{\otimes}{m}_{\hat{\xi}}$, а ее дисперсия неограниченно убывает с увеличением количества проводимых экспериментов. Использование выражения (1) является справедливым, поскольку испытателя интересует именно истинное значение оцениваемого параметра технического комплекса и минимально возможная погрешность его измерения.

Известно, что в тактико-технических заданиях на разрабатываемые сложные технические комплексы указывается номинальное значение подлежащего оценке параметра, среднеквадратическая погрешность его оценки $\sigma_{\hat{\xi}(\text{треб})}$ и, как правило, задается значение доверительной вероятности, с какой должны быть проведены эти оценки. В этом случае значение $\sigma_{\hat{\xi}(\text{треб})}$ может определять размеры области требований к точности оценки этого параметра. Размер доверительного интервала $2l$, в который должна попасть случайная величина $\hat{\xi}$ с высокой степенью вероятности, может быть выбран в пределах $l = 2{,}5 \cdot \sigma_{\hat{\xi}(\text{треб})}$.

Поскольку размер доверительного интервала симметричен по отношению к $\overset{\otimes}{m}_{\hat{\xi}}$, то вероятность $P\left(\left|\hat{\xi} - \overset{\otimes}{m}_{\hat{\xi}}\right| < l\right)$ попадания случайной величины $\hat{\xi}$ в доверительный интервал l за R экспериментов может быть определена следующим выражением [5]:

$$P\left(\left|\hat{\xi} - \overset{\otimes}{m}_{\hat{\xi}}\right| < l\right) = \left[\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\frac{l}{\overset{\otimes}{\sigma}_{\hat{\xi}}}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt\right] - 1 = 2\Phi^*\left(\frac{2{,}5 \cdot \sigma_{\hat{\xi}(\text{треб})}}{\overset{\otimes}{\sigma}_{\hat{\xi}}}\right) - 1,$$

где $\Phi^*(x)$ – нормальная функция распределения (функция Лапласа).

Как правило, при испытаниях конкретного сложного технического комплекса проводится оценка его S параметров. В этом случае могут быть получены оценки S параметров технического комплекса в виде системы независимых случайных величин $\hat{\boldsymbol{\xi}} = \left[\hat{\xi}_1, \ldots, \hat{\xi}_s, \ldots, \hat{\xi}_S\right]$. При этом для оценки S параметров СТК необходимо провести $\boldsymbol{N}$ разнотипных экспериментов, которые можно формализовать в виде матрицы-строки в следующем виде:

$$\boldsymbol{N} = [N_1, \ldots, N_s, \ldots, N_S],$$

где N_s – количество экспериментов s-го типа.

Множество экспериментов s-го типа можно представить в виде дискретной последовательности вида: $n_{1s}(k), \ldots, n_{is}(k), \ldots, n_{Is}(k)$.

Для оценки какого-нибудь s-го параметра необходимо провести N_s натурных экспериментов. Тогда вероятность $P_S(|\hat{\boldsymbol{\xi}} - \widetilde{\boldsymbol{m}}_{\hat{\xi}}| < \boldsymbol{L})$ попадания системы случайных величины $\hat{\boldsymbol{\xi}}$ в многомерный доверительный интервал $\boldsymbol{L} = [l_1, \ldots, l_s, \ldots, l_S]$ может быть записана следующим выражением:

$$P_S(|\hat{\boldsymbol{\xi}} - \widetilde{\boldsymbol{m}}_{\hat{\xi}}| < \boldsymbol{L}) = \prod_{s=1}^{S} \left\{ \left[\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\frac{l}{\overset{\otimes}{\sigma}_{\hat{\xi}}}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt \right] - 1 \right\} = \prod_{s=1}^{S} \left[2\Phi^* \left(\frac{2{,}5 \cdot \sigma_{\hat{\xi}(\text{треб})_S}}{\overset{\otimes}{\sigma}_{\hat{\xi}}} \right) - 1 \right]. \quad (2)$$

Выражение (2) справедливо для случая, когда оценки параметров СТК являются независимыми случайными величинами и распределены по нормальному закону, что чаще всего имеет место в практике полигонных испытаний.

С учетом выражения (1) формулу (2) можно записать в следующем виде:

$$P_S(|\hat{\boldsymbol{\xi}} - \widetilde{\boldsymbol{m}}_{\hat{\xi}}| < \boldsymbol{L}) = \prod_{s=1}^{S} \left[2\Phi^* \left(\frac{2{,}5 \cdot \sqrt{N_S} \cdot \sigma_{\hat{\xi}(\text{треб})_S}}{\widetilde{\sigma}_{\hat{\xi}(s)}} \right) - 1 \right]. \quad (3)$$

Если обозначить стоимость одного эксперимента по оценке s-го параметра сложного технического комплекса через c_s, то выражение для стоимости проведения всех экспериментов $C_\Sigma(\boldsymbol{N})$ запишется следующим уравнением:

$$C_\Sigma(\boldsymbol{N}) = c_1 \cdot n_1 + \ldots + c_s \cdot n_s + \ldots + c_S \cdot n_S = \sum_{s=1}^{S} c_s \cdot n_s. \quad (4)$$

Анализ выражений (3) и (4) показывает, что общая стоимость проведения испытаний сложного технического комплекса $C_\Sigma(\boldsymbol{N})$ и вероятность попадания системы случайных величин $\hat{\boldsymbol{\xi}} = [\hat{\xi}_1, \ldots, \hat{\xi}_s, \ldots, \hat{\xi}_S]$ в доверительный многомерный параллелепипед точности зависят от величины $\boldsymbol{N}$ общего числа проводимых экспериментов. Тогда может быть сформулирована оптимизационная задача математического программирования по определению рационального объема проводимых натурных экспериментов при проведении испытаний сложных технических комплексов следующего вида:

$$N_{opt} = \underset{N \in \Omega}{Argmin} C_\Sigma(N) \quad (5)$$

при ограничении $P_S(|\hat{\xi} - \widetilde{m}_{\hat{\xi}}| < L)_N = P_{\text{дов}}$, (6)

где $P_{\text{дов}}$ – достаточно высокое значение доверительной вероятности, определяющее точность оценки параметров испытываемого сложного технического комплекса.

Задача (5) с ограничением (6) представляет собой задачу дискретного нелинейного математического программирования с ограничениями в области определения оптимизируемого функционала.

Для практического применения предлагаемого методического подхода был разработан натурно-модельный алгоритм решения поставленной задачи, который приведен на рисунке 1.

Суть приведенного алгоритма состоит в последовательном целенаправленном наращивании количества натурных экспериментов и дальнейшей обработке результатов проведенных экспериментов различного типа с целью определения оптимальной стратегии проводимых в последующей серии экспериментов для достижения требуемой точности оценок параметров испытываемого СТК при минимизации общей стоимости проводимых натурных экспериментов.

Так, в блоке 5 алгоритма проводится последовательная оценка математического ожидания $\widetilde{m}_{\hat{\xi}(s)}$ s-го параметра технического комплекса и среднеквадратического отклонения погрешности его измерения. В блоке 6 проводится последовательное вычисление минимально возможных значений среднеквадратических отклонений погрешностей оценки параметров испытываемого технического комплекса, а в блоке 7 алгоритма вычисляется значение вероятности попадания s-го оцениваемого параметра в заданный доверительный интервал.

В блоке 10 в соответствии с выражением (3) проводится вычисление обобщенной вероятности попадания всех S оцениваемых параметров в заданный многомерный доверительный параллелепипед $\boldsymbol{L}$ погрешностей оценок параметров сложного технического комплекса. Кроме того, в блоке 11 алгоритма проводится построение линейного функционала стоимости проведения всех экспериментов $C_{\Sigma}(\boldsymbol{N})$ в соответствии с выражением (4).

Затем в блоке 12 осуществляется сравнение значения вычисленной вероятности $P_S\left(\left|\hat{\boldsymbol{\xi}} - \widetilde{\boldsymbol{m}}_{\hat{\xi}}\right| < \boldsymbol{L}\right)$ с допустимым значением доверительной вероятности $P_{\text{дов}}$, которая определяет точность оценки измеряемых параметров испытываемого технического комплекса.

В случае выполнения условия блока 12 проводится вывод оптимального значения матрицы-вектора $\boldsymbol{N}_{\text{рац.}}$, т.е. рационального значения количества натурных испытательных экспериментов различного типа, необходимых для оценки всех рассматриваемых параметров.

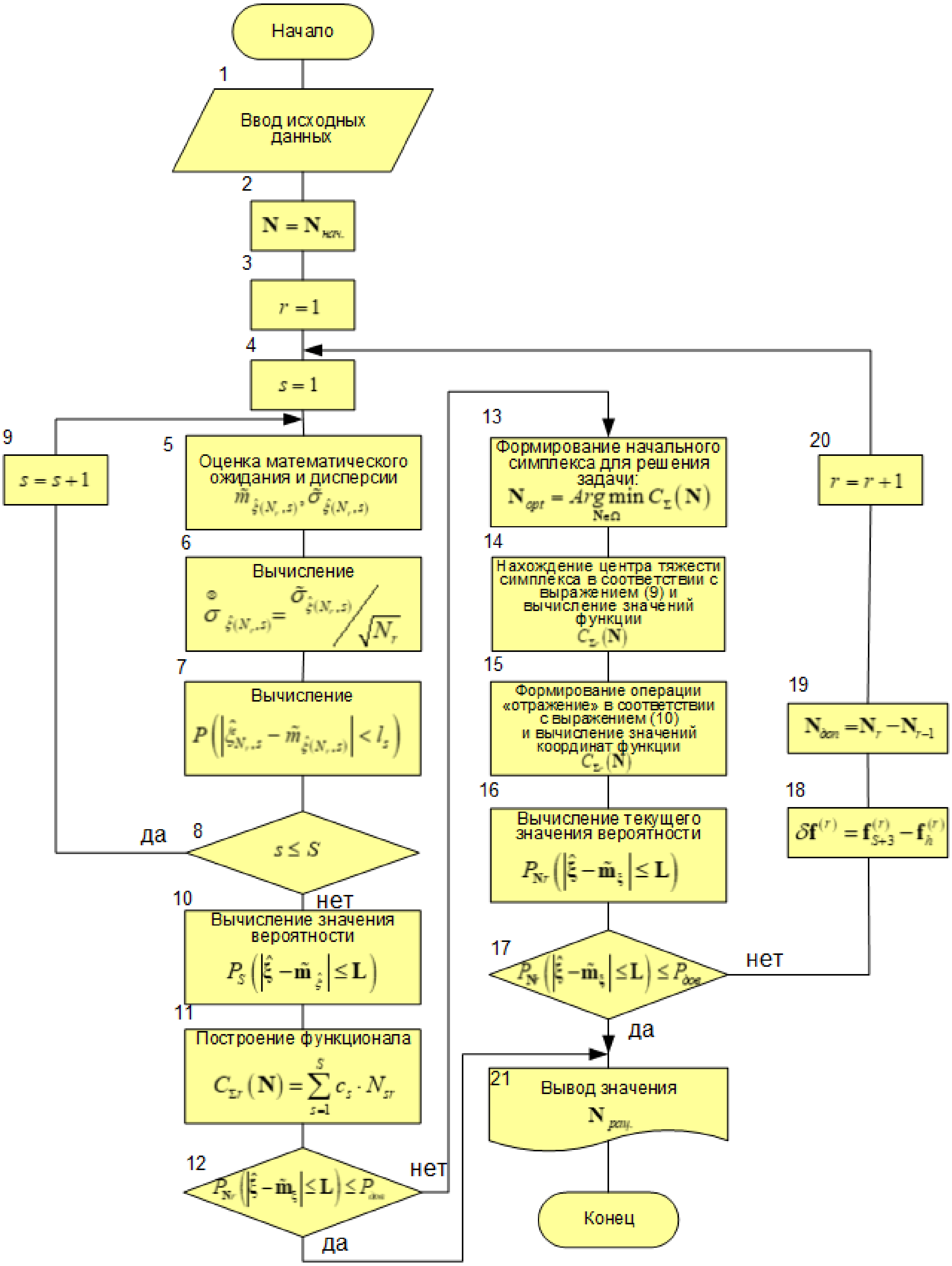

Рисунок 1 – Обобщенный алгоритм решения задачи определения рационального объема проводимых натурных экспериментов при проведении испытаний СТК

В противном случае управление передается на блок 13. В блоках 13…15 алгоритма проводится построение численного градиента изменения функционала $C_{\Sigma}(\boldsymbol{N})$, указывающего направление дальнейшего поиска рационального количества проводимых экспериментов, а также вычисляются координаты его вершины в $\boldsymbol{N}$ – мерном пространстве. Для построения такого градиента изменения функционала $C_{\Sigma}(\boldsymbol{N})$ используется подход, в основе которого лежит метод нелинейного математического программирования Нелдера и Мида [6]. Суть этого подхода заключается в следующем.

Так, в блоке 13 алгоритма формируется начальный многогранник (зондирующий симплекс) $\boldsymbol{D}$ размерностью $S \times (S+1)$ вида

$$\boldsymbol{D} = \boldsymbol{F}^{(0)} + \boldsymbol{D}_0,$$

где матрицы $\boldsymbol{F}^{(0)}$ и $\boldsymbol{D}_0$ имеют следующие структуры:

$$\boldsymbol{F}^{(0)} = \begin{bmatrix} n_{11}^{(0)} & n_{12}^{(0)} & n_{13}^{(0)} & \dots & n_{1(S+1)}^{(0)} \\ n_{21}^{(0)} & n_{22}^{(0)} & n_{23}^{(0)} & \dots & n_{2(S+1)}^{(0)} \\ n_{31}^{(0)} & n_{32}^{(0)} & n_{33}^{(0)} & \dots & n_{3(S+1)}^{(0)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ n_{S1}^{(0)} & n_{S2}^{(0)} & n_{S3}^{(0)} & \dots & n_{S(S+1)}^{(0)} \end{bmatrix}; \qquad (7)$$

$$\boldsymbol{D}^{(0)} = \begin{bmatrix} 0 & d_{11}^{(1)} & d_{12}^{(2)} & \dots & d_{1S}^{(2)} \\ 0 & d_{21}^{(2)} & d_{22}^{(1)} & \dots & d_{2S}^{(2)} \\ 0 & d_{31}^{(2)} & d_{32}^{(2)} & \dots & d_{3S}^{(2)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & d_{S1}^{(2)} & d_{S2}^{(2)} & \dots & d_{SS}^{(1)} \end{bmatrix}. \qquad (8)$$

В матрице (7) все столбцы представляют собой начальную точку поиска оптимального решения задачи, а значения $d_{ij}^{(1)}$ и $d_{ij}^{(2)}$ в выражении (8) рассчитываются по следующим формулам:

$$d_{ij}^{(1)} = \frac{t}{S\sqrt{2}}\left(\sqrt{S+1} + S - 1\right);$$

$$d_{ij}^{(2)} = \frac{t}{S\sqrt{2}}\left(\sqrt{S+1} - 1\right),$$

где t – расстояние между двумя вершинами симплекса, которое определяется экспериментальным путем.

Пусть $\boldsymbol{f}_i^{(r)} = \left[f_{i1}^{(r)}, \dots, f_{ij}^{(r)}, \dots, f_{iS}^{(r)}\right]^{\mathrm{T}}$, где $i = 1, \dots, S+1$, является i-й вершиной симплекса в пространстве E^S на r-м этапе поиска. При этом значение целевого функционала в точке $\boldsymbol{f}_i^{(r)}$ равно $C\left(\boldsymbol{f}_i^{(r)}\right)$. Далее проводится определение вершин симплекса $\boldsymbol{f}_h^{(r)}$и $\boldsymbol{f}_l^{(r)}$, где значения целевого функционала имеют соответственно максимальное и минимальное значения на r-м этапе поиска, исходя из следующего правила:

$$\boldsymbol{f}_h^{(r)} = argmax\{C(\boldsymbol{f}_1^{(r)}),\dots,C(\boldsymbol{f}_{S+1}^{(r)})\},$$
$$\boldsymbol{f}_l^{(r)} = argmin\{C(\boldsymbol{f}_1^{(r)}),\dots,C(\boldsymbol{f}_{S+1}^{(r)})\}.$$

Затем в блоке 14 алгоритма, исходя из того, что зондирующий многогранник в пространстве E^S состоит из $(S+1)$ вершин $\boldsymbol{f}_1,\dots,\boldsymbol{f}_{S+1}$, определяется центр «тяжести» всех вершин, исключая точку $\boldsymbol{f}_l^{(r)}$, в соответствии с выражением

$$\boldsymbol{f}_{n+2,j}^{(r)} = \frac{1}{S}\left[\left(\sum_{i=1}^{S+1} f_{ij}^{(r)}\right) - f_{lj}^{(r)}\right], \quad j = \overline{1,S}, \tag{9}$$

где индекс j означает координатное направление.

Далее в блоке 15 алгоритма выполняется операция «отражения» в направлении увеличения значения исследуемого функционала путем проектирования точки пространства $\boldsymbol{f}_l^{(r)}$ через центр «тяжести» симплекса в соответствии с соотношением

$$\boldsymbol{f}_{S+3}^{(r)} = \boldsymbol{f}_{S+2}^{(r)} + \alpha\cdot\left(\boldsymbol{f}_{S+2}^{(r)} - \boldsymbol{f}_l^{(r)}\right), \tag{10}$$

где $\alpha > 0$ представляет собой коэффициент отражения;
$\boldsymbol{f}_{S+2}^{(r)}$ – центр «тяжести», вычисляемый по формуле (9).

Далее в блоке 16 алгоритма для точки пространства $\boldsymbol{f}_{S+3}^{(r)}$ проводится повторное вычисление значения вероятности $P_S\left(\left|\hat{\boldsymbol{\xi}} - \widetilde{\boldsymbol{m}}_{\hat{\xi}}\right| < \boldsymbol{L}\right)$, а в блоке 17 это значение сравнивается с допустимым значением доверительной вероятности $P_{\text{дов}}$, определяющей точность оценок измеряемых параметров.

В случае выполнения условия блока 17 проводится вывод рационального количества натурных испытательных экспериментов различного типа, необходимых для оценки всех рассматриваемых параметров. В противном случае необходимо провести дополнительное количество натурных экспериментов (блок 19 алгоритма). При этом количество необходимых дополнительных натурных экспериментов различного типа $\boldsymbol{N}_{\text{доп}}$ должно быть обратно пропорционально длинам проекций численного градиента $\delta\boldsymbol{f}^{(r)}$ на r-м этапе поиска, которые определяются в соответствии с выражением $\delta\boldsymbol{f}^{(r)} = \boldsymbol{f}_{S+3}^{(r)} - \boldsymbol{f}_l^{(r)}$ (блок 18).

В этом случае процесс поиска должен идти в сторону наименьшего увеличения общей стоимости проведения испытаний сложного технического комплекса при условии поэтапного наращивания количества натурных экспериментов. Такой подход способствует достижению минимизации общей конечной стоимости проведения испытаний рассматриваемого технического комплекса и ускорению процесса выполнения условия ограничения, поставленного в задаче на требуемую точность оценки искомых параметров.

Далее итерационный процесс проведения натурных экспериментов повторяется до выполнения условий блоков12 или 17.

Таким образом, разработанный методический подход позволит определить рациональное количество натурных экспериментов, необходимых для оценки параметров испытываемого сложного технического комплекса с требуемой гарантируемой точностью и минимальными финансовыми затратами. Данный методический подход может быть с успехом использован на полигонах при проведении натурных испытаний различных сложных технических комплексов и систем.

Список использованных источников

1. Буренок В.М., Найденов В.Г. Методы повышения эффективности применения средств и систем обеспечения испытаний сложных технических комплексов. М.: Граница, 2006. – 263 с.

2. Демидов Б.А., Остапенко С.Н., Луханин М.И., Величко А.Ф., Науменко М.В., Хмелевская О.А., Филякова Т.И. Системно-концептуальные основы методологии военно-научных исследований и решения прикладных военно-технических проблем. Кн.3: монография в 3-х кн. Тверь: ОПВЭиФ, 2014. – 560 с.

3. Гаврилин Е.В., Иванов А.И., Иванющенко А.С., Мироненко И.С., Московский А.М. Оперативный анализ характеристик летательных аппаратов. Кн.5 // Методологические основы испытаний сложных систем: науч.-техн. сб./ Гл. ред. А.И. Иванов. М.: Технологии информационных систем, 2003. – 680 с.

4. Робинс Г., Сигмунд Д., Чао И. Теория оптимальных правил остановки. М.: Наука, 1977. – 167 с.

5. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория вероятностей и ее инженерные приложения. 2-е изд. М.: Высшая школа, 2000. – 480 с.

6. Химмельблау Д. Прикладное нелинейное программирование. М.: Мир, 1975. – 534 с.