

УДК 623:658.562

В.Г. НАЙДЕНОВ, доктор технических наук,
старший научный сотрудник
Д.М. СЕМЕРУНИН
К.А. ТАРАСЕНКО

РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ОЦЕНКИ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ АВТОМАТИЗИРОВАННЫХ СИСТЕМ СБОРА И ПЕРЕДАЧИ ТРАЕКТОРНОЙ ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ ИНФОРМАЦИИ НА ИСПЫТАТЕЛЬНЫХ ПОЛИГОНАХ

В статье авторов разработана математическая модель оценки показателей эффективности автоматизированных систем сбора и передачи траекторной измерительной информации на испытательных полигонах. Сложность решения задачи оценки эффективности таких систем обусловлена необходимостью учета случайных факторов, имеющих место в процессе функционирования автоматизированной системы сбора и передачи информации, а также необходимостью учета всех технических характеристик используемой вычислительной и телекоммуникационной техники. Задачу оценки показателей эффективности автоматизированных систем сбора и передачи траекторной измерительной информации авторы статьи решают с использованием теории систем массового обслуживания, а также теории сетей систем массового обслуживания. Разработанная модель может быть с успехом использована как при обосновании требований к аппаратурным средствам автоматизированных систем сбора и передачи траекторной измерительной информации, так и при синтезе таких систем.

Ключевые слова: математическая модель; показатель эффективности; системы массового обслуживания; автоматизированная система сбора и передачи информации; траекторная измерительная информация.

Автоматизированная система сбора и передачи (АССП) траекторной измерительной информации (ТИИ) представляет собой сложную информационно-телекоммуникационную систему и предназначена для сбора, передачи, регистрации, накопления и хранения массивов измерительной информации на испытательном полигоне для последующей ее обработки. Такая система должна функционировать как в реальном режиме времени с передачей информации в темпе ее поступления от средств траекторных измерений, так и в режиме воспроизведения с накопителем информации после окончания сеанса измерений и передачи ее в центр обработки [1].

Сложность структуры современных АССП ТИИ и необходимость учета случайных факторов, имеющих место в процессе ее функционирования, делают задачу оценки показателей эффективности таких систем достаточно непростой, причем по мере прогресса в вычислительной и телекоммуникационной технике сложность этой задачи возрастает [2; 3].

Разработка математической модели оценки показателей эффективности автоматизированных систем сбора и передачи ТИИ обусловлена необходимостью проведения количественного сравнения различных вариантов построения АССП ТИИ при реализации методов оптимального синтеза таких сложных систем, а также при решении задач обоснования требований к аппаратуре вычислительной и телекоммуникационной техники, используемой в таких автоматизированных системах.

Анализ литературы [2; 4], посвященной оценке эффективности автоматизированных систем сбора и передачи траекторной измерительной информации на испытательных полигонах, показал, что в качестве показателя эффективности таких систем выступают только приближительные значения временных параметров по доставке измерительной информации от источников до центра обработки, которые не учитывают в полном объеме информацию о технических характеристиках используемых вычислительных и телекоммуникационных средств.

Наиболее приемлемым математическим аппаратом, используемым для описания автоматизированных систем сбора и передачи траекторной измерительной информации, является

теория систем массового обслуживания (СМО), а также теория сетей систем массового обслуживания (СеМО). Теории СМО и СеМО позволяют на основе информации о входных потоках информации, поступающей в такую сложную систему, принятой структуре этой системы и ее технических параметрах, рассчитать ее временные и вероятностные характеристики.

Необходимо отметить, что используемые при моделировании рассматриваемых сложных систем сети массового обслуживания представляют собой совокупность конечного числа обслуживающих узлов, в которых циркулируют заявки (потоки информации), переходящие в соответствии с маршрутной матрицей из одного узла в другой. При этом узел всегда является разомкнутой системой массового обслуживания [5; 6].

При моделировании АССП ТИИ в качестве протекающих в СеМО процессов будем рассматривать марковские процессы с непрерывным временем. При этом будем рассматривать АССП ТИИ как экспонентную сеть массового обслуживания. В этом случае входящие потоки требований в каждую СМО рассматриваемой сети являются пуассоновскими, а время каждого этапа обслуживания, реализуемого в каждой СМО сети, имеет экспоненциальное распределение с функцией плотности распределения вида:

$$f(t) = \mu \cdot e^{-\mu \cdot t},$$

где μ – плотность потока обслуживания поступающих заявок.

Для пуассоновского потока заявок, поступающих в СМО, вероятность $p_n(t)$ поступления за промежуток времени $[0, t]$ n событий описывается следующим выражением [7-9]:

$$p_n(t) = \frac{(\lambda \cdot t)^n}{n!} e^{-\lambda \cdot t},$$

где λ – интенсивность потока событий.

Математическую модель оценки эффективности автоматизированной системы сбора и передачи траекторной измерительной информации на испытательных полигонах будем строить на примере структуры сети массового обслуживания, описывающей функционирование типовой АССП траекторной измерительной информации, которая приведена на рисунке 1.

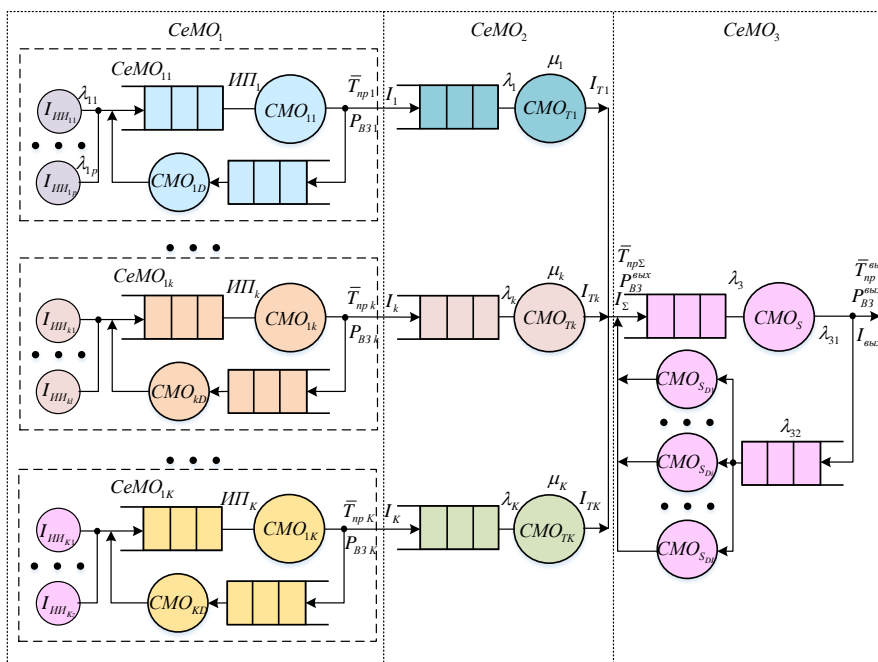


Рисунок 1 – Граф сети массового обслуживания, описывающей функционирование типовой автоматизированной системы сбора и передачи траекторной измерительной информации

При моделировании АССП ТИИ условно разобьем сеть массового обслуживания всей системы на три части: сеть автоматизированных систем сбора ТИИ со средствами траекторных измерений, расположенных на территориально разнесенных измерительных пунктах (СеМО₁), сеть системы передачи измерительной информации на испытательных трассах (СеМО₂), а также сеть регистрации и хранения траекторной информации в центре ее анализа и обработки (СеМО₃).

В состав СеМО₁ входят K сетей массового обслуживания, моделирующих работу аппаратуры сбора, регистрации и хранения траекторной измерительной информации на различных измерительных пунктах, информация с которых в дальнейшем передается в центр сбора и обработки информации испытательного полигона.

Проведем оценку системных характеристик СеМО₁ и входящих в нее СМО на примере функционирования СеМО₁₁, приведенной на рисунке 2.

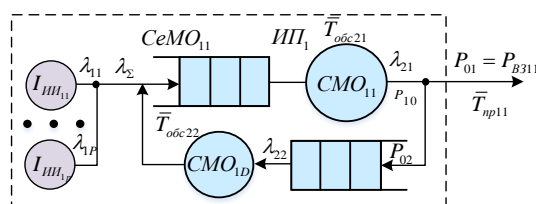


Рисунок 2 – Граф СеМО, описывающий функционирование аппаратуры сбора, регистрации и хранения ТИИ на измерительных пунктах

На рисунке 2 СМО₁₁ имитирует функционирование процессора сервера сбора, регистрации и хранения ТИИ, а СМО_{1D} – работу жесткого диска, на котором расположено общее и специальное программное обеспечение.

Сеть, изображенная на рисунке 2, является разомкнутой, входные потоки СеМО₁₁ ($\lambda_{11}, \dots, \lambda_{1P}$) являются пуассоновскими, а СМО, входящие в сеть, имеют экспоненциальную функцию распределения вероятностей обслуживания потока заявок.

Рассматриваемая СеМО₁₁ задается следующими параметрами:

- количеством систем массового обслуживания, входящих в СеМО₁₁;
- числом каналов, входящих в каждую СМО;
- матрицей P_{ij} вероятностей передач потоков информации, где $i = 1, 2$ и $j = 1, 2$;
- интенсивностями $\lambda_{11}, \dots, \lambda_{1P}$ входных потоков заявок;
- средним временем обслуживания заявок $\bar{T}_{обс21}, \bar{T}_{обс22}$ в СМО₁₁ и СМО_{1D} соответственно.

Будем считать, что рассматриваемая сеть является стационарной. Тогда суммарная интенсивность входящих в любую часть сети потоков равна суммарной интенсивности выходящих потоков.

Уравнение баланса для рассматриваемой сети будет иметь следующий вид:

$$\begin{aligned} \lambda_{21} &= \lambda_{\Sigma} + \lambda_{22}; \\ \lambda_{\Sigma} &= P_{01} \cdot \lambda_{21}; \\ \lambda_{22} &= P_2 \cdot \lambda_{21}, \end{aligned}$$

где $\lambda_{\Sigma} = \sum_{p=1}^P \lambda_{1p}$, а P_{01} – вероятность ухода заявки из СеМО₁₁, которая является вероятностью $P_{Б311}$ выполнения стоящей перед сетью задачи. Значения λ_{21} и λ_{22} определяются в результате решения уравнения баланса сети с учетом простых свойств слияния и разветвления потоков.

Матрица вероятностей передач для данной сети массового обслуживания будет иметь вид:

$$P_{ij} = \begin{bmatrix} P_{01} & 0 & P_{02} \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Среднее время пребывания заявки в рассматриваемой СеМО₁₁ рассчитывается по формуле:

$$\bar{T}_{\text{пр}11} = \frac{1}{\lambda_{\Sigma}} (\lambda_{21} \cdot \bar{T}_{\text{пр}1} + \lambda_{22} \cdot \bar{T}_{\text{пр}2}),$$

где $\bar{T}_{\text{пр}1}$ и $\bar{T}_{\text{пр}2}$ – средние времена пребывания информации в СМО₁₁ и СМО_{1D} соответственно.

Средние времена обслуживания в СМО₁₁ и СМО_{1D} определяются по формулам:

$$\bar{T}_{\text{обс}1} = \frac{1}{\mu_1}; \quad \bar{T}_{\text{обс}2} = \frac{1}{\mu_2},$$

где μ_1 и μ_2 – потоки обслуживания в СМО₁₁ и СМО_{1D}.

Коэффициенты загрузки рассматриваемых СМО рассчитываются согласно следующим выражениям:

$$\rho_1 = \lambda_{21} \cdot \bar{T}_{\text{обс}2}; \quad \rho_2 = \lambda_{22} \cdot \bar{T}_{\text{обс}2}.$$

Среднее время ожидания в каждой СМО определяется по формулам:

$$\bar{T}_{\text{ож}1} = \frac{\bar{T}_{\text{обс}1} \cdot \rho_1}{1 - \rho_1}; \quad \bar{T}_{\text{ож}2} = \frac{\bar{T}_{\text{обс}2} \cdot \rho_2}{1 - \rho_2}.$$

Тогда $\bar{T}_{\text{пр}1}$ и $\bar{T}_{\text{пр}2}$ могут быть вычислены по следующим формулам:

$$\bar{T}_{\text{пр}1} = \bar{T}_{\text{обс}1} + \bar{T}_{\text{ож}1}; \quad \bar{T}_{\text{пр}2} = \bar{T}_{\text{обс}2} + \bar{T}_{\text{ож}2}.$$

Среднее время $\bar{T}_{\text{пр}1}^{\text{общ}}$ пребывания заявки в СеМО₁ определяется из следующего условия:

$$\bar{T}_{\text{пр}1}^{\text{общ}} = \max \bar{T}_{\text{пр}k}, \text{ где } k = \overline{1, K}.$$

Вероятность $P_{\text{ВЗ}11}$ выполнения стоящей перед СеМО₁₁ задачи оценивается по формуле:

$$P_{\text{ВЗ}11} = \frac{I_1}{\lambda_{21} + \lambda_{22}}; \quad I_1 = \sum_{k=1}^K I_{Tk}.$$

Значения интенсивностей входных потоков заявок λ_{21} и λ_{22} могут быть рассчитаны по следующим формулам:

$$\lambda_{21} = \lambda_{\Sigma} \cdot P_{01}; \quad \lambda_{22} = \lambda_{\Sigma} \cdot P_2.$$

Тогда значение общей вероятности выполнения стоящей перед СеМО₁ задачи определяется из следующего условия:

$$P_{\text{ВЗ}1}^{\text{общ}} = \min P_{\text{ВЗ}1k}, \text{ где } k = \overline{1, K}.$$

Сеть массового обслуживания, описывающая функционирование аппаратуры системы передачи измерительной информации на испытательных трассах полигона (СеМО₂), представляет собой совокупность K систем массового обслуживания, представляющих собой СМО с ожиданием. Это обусловлено тем, что пропускные способности и конфигурация каналов передачи информации с разных измерительных пунктов и направлений испытательных трасс различны. Поэтому измерительная информация со средств траекторных измерений, полученная по одному и тому же ЛА, для момента времени t будет отличаться по своему содержанию.

В связи с этим СМО, входящие в состав рассматриваемой СеМО₂, функционирующей в реальном режиме времени, должны учитывать эти задержки. Это связано с тем, что для реализации ряда методов измерений, например, дальномерного, теодолитного, фазового и других, необходимо одновременно получать в системе обработки информации реального времени данные от нескольких территориально разнесенных источников траекторных измерений. Однако такое условие выполняется не всегда, и информация о первичных измерениях по одному и тому же ЛА будет регистрироваться в базе данных сервера в различные моменты времени.

Такую ситуацию можно интерпретировать таким образом, что пока с требуемого количества направлений испытательной трассы не поступят на сервер все измерения по одному и тому же ЛА, полученные в момент времени t , дальнейшая оперативная обработка информации невозможна, поскольку не выполняется условие наблюдаемости ЛА.

В связи с этим ряд СМО, входящих в рассматриваемую СЕМО₂, должны ожидать в обслуживании, пока не придет одноименная информация с требуемого количества измерительных пунктов испытательных трасс.

Кроме того, аппаратура системы передачи ТИИ в случае отсутствия в канале связи сигнала квитирования (подтверждения правильного приема данных траекторных измерений) должна принятое сообщение выбрасывать из дальнейшего рассмотрения в автоматизированной системе регистрации и хранения траекторной измерительной информации.

Рассмотренные особенности автоматизированной системы передачи ТИИ могут быть учтены при ее моделировании с помощью СМО с ограниченным временем ожидания.

Обозначим через $\bar{T}_{ожк}$ время ожидания в k -й СМО, рассматриваемой СЕМО₂ АССП траекторной измерительной информации. Если до истечения этого срока не придет на сервер одноименная информация с других СМО рассматриваемой сети, то будет невозможна совместная обработка траекторной информации в режиме реального времени.

Срок ожидания $\bar{T}_{ожк}$ будем считать случайным и распределенным по показательному закону с функцией плотности распределения вида:

$$h_k(t) = \nu_k \cdot e^{-\nu_k t} (t > 0),$$

где параметр ν_k – величина, обратная среднему сроку ожидания:

$$\nu_k = \frac{1}{\bar{T}_{ожк}}.$$

Параметр ν_k полностью аналогичен параметрам λ_k и μ_k потока заявок и потока обслуживания в такой системе массового обслуживания. Рассматриваемый поток ν_k можно интерпретировать как плотность потока уходов заявки, стоящей в очереди.

В этом случае для каждой k -й рассматриваемой одноканальной СМО с ограниченным временем ожидания выражения для предельных вероятностей состояний при $\rho_k = \lambda_k/\mu_k$, $\beta_k = \nu_k/\mu_k$ имеют следующий вид:

$$p_{0k} = \left\{ 1 + \frac{\rho_k}{1!} + \frac{\rho_k^2}{2!} + \dots + \frac{\rho_k^n}{n!} \left[\frac{\rho_k}{n+\beta_k} + \frac{\rho_k^2}{(n+\beta_k)(n+2\beta_k)} + \dots + \frac{\rho_k^r}{(n+\beta_k)(n+2\beta_k)\dots(n+r\beta_k)} + \dots \right] \right\}^{-1};$$

$$p_{1k} = \frac{\rho_k}{1!} p_{0k};$$

.....

$$p_{nk} = \frac{\rho_k^{nk}}{n!} p_{0k};$$

.....

В такой СМО на каждую из поступающих заявок действует поток уходов с интенсивностью ν_k . Значит, из среднего числа \bar{r} заявок в очереди в среднем будет уходить, не дожидаясь обслуживания, $\nu_k \bar{r}$ заявок в единицу времени.

Среднее число занятых каналов \bar{z}_k и среднее количество заявок в очереди \bar{r}_k рассчитываются по формулам:

$$\bar{z}_k = \frac{\lambda_k - \nu_k \bar{r}_k}{\mu_k} = \rho_k - \beta_k \cdot \bar{r}_k; \quad \bar{r}_k = \frac{\rho_k}{\beta_k} - \frac{\bar{z}_k}{\beta_k}.$$

Среднее время ожидания $\bar{T}_{ожк}$ и среднее время обслуживания $\bar{T}_{обск}$ в k -й СМО определяются следующими выражениями:

$$\bar{T}_{ожк} = \frac{\delta_k \cdot p_{0k}}{\mu_k \cdot (1 - \delta_k)^2}; \quad \bar{T}_{обск} = \frac{1}{\mu_k}, \quad \text{где } \delta_k = (\lambda_k - \nu_k \cdot \bar{r}_k) \cdot \bar{T}_{обск}.$$

Среднее время ожидания $\bar{T}_{ож}$ и среднее время обслуживания $\bar{T}_{обск}$ в рассматриваемой СеМО₂ определяются следующим образом:

$$\bar{T}_{ож} = \max \bar{T}_{ожk}; \bar{T}_{обс} = \max \bar{T}_{обск}, \text{ где } k = \overline{1, K}.$$

Тогда среднее время пребывания информации в СеМО₂ определяется по формуле:

$$\bar{T}_{пр\Sigma} = \bar{T}_{обс} + \bar{T}_{ож}.$$

Вероятность выполнения задачи СеМО₂ $P_{ВЗ\Sigma}$ оценивается по следующей формуле:

$$P_{ВЗ\Sigma} = \frac{\sum_{k=1}^K I_{Tk}}{\sum_{k=1}^K (\lambda_k - \nu_k \cdot \bar{r}_k)}.$$

Таким образом, используя приведенный методический подход, можно оценить основные системные характеристики рассматриваемой СеМО₂ автоматизированной системы сбора траекторной измерительной информации.

Сеть массового обслуживания, описывающая функционирование аппаратуры регистрации и хранения траекторной информации в центре ее анализа и обработки (СеМО₃), приведена на рисунке 3 и включает две системы массового обслуживания.

Так, СМО_S имитирует работу процессора сервера регистрации, накопления и хранения траекторной измерительной информации, а СМО_D имитирует работу дисковой системы памяти. При этом СМО_S представляет собой одноканальную систему массового обслуживания с ожиданием, а СМО_D – многоканальную систему массового обслуживания с ожиданием.

Рассмотрим основные соотношения для многоканальной однородной экспоненциальной СМО с неограниченной очередью (СМО_D), функционирующей в стационарном режиме, которая имитирует работу дисковой системы памяти $D_1 \dots D_n$.

На вход данной n – канальной СМО_D поступает поток заявок с интенсивностью λ_{32} , а интенсивность обслуживания равна μ_{32} .

Выражения для предельных вероятностей состояний системы имеют следующий вид:

$$p_0 = \left[1 + \frac{\rho}{1!} + \dots + \frac{\rho^n}{n!} + \frac{\rho^{n+1}}{n!(n-\rho)} \right]^{-1}; \quad p_1 = \frac{\rho}{1!} \cdot p_0; \quad p_n = \frac{\rho^n}{n!} \cdot p_0, \quad \text{где } \rho = \frac{\lambda_{32}}{\mu_{32}}.$$

Среднее количество заявок в очереди \bar{r} и среднее время ожидания в очереди $\bar{T}_{ожD}$ определяются выражениями:

$$\bar{r} = \frac{\rho^{n+1} \cdot p_0}{n \cdot n! \left(1 - \frac{\rho}{n}\right)^2}; \quad \bar{T}_{ожD} = \frac{\rho^n \cdot p_0}{n \cdot \mu \cdot n! \left(1 - \frac{\rho}{n}\right)^2}.$$

Среднее число занятых каналов \bar{z} определяется как $\bar{z} = \frac{\lambda_{32}}{\mu_{32}} = \rho$.

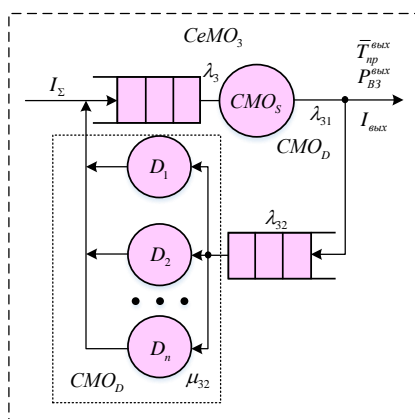


Рисунок 3 – Граф СеМО₃, описывающий функционирование аппаратуры регистрации и хранения траекторной измерительной информации в центре ее анализа и обработки

Среднее время обслуживания в СМО_{1D} определяется по формуле:

$$\bar{T}_{обсD} = \frac{1}{\mu_{32}}.$$

Тогда время пребывания заявок в СМО_D будет определяться выражением:

$$\bar{T}_{прD} = \bar{T}_{обсD} + \bar{T}_{ожD}.$$

Системные характеристики СеМО₃ определяются аналогично, как и для СеМО₁₁, граф которой показан на рисунке 2:

$$\bar{T}_{пр3} = \frac{1}{I_{\Sigma}} (\lambda_{31} \cdot \bar{T}_{прS} + \lambda_{32} \cdot \bar{T}_{прD}); \quad P_{ВЗ3} = \frac{I_{ВЫХ}}{\lambda_{31} + \lambda_{32}}.$$

Тогда общее среднее время пребывания входных потоков в АССП траекторной измерительной информации, состоящей из трех СеМО, определяется по формуле:

$$\bar{T}_{пр}^{ВЫХ} = \bar{T}_{пр1}^{Общ} + \bar{T}_{пр\Sigma} + \bar{T}_{пр3}.$$

Поскольку рассматриваемые три подсистемы общей СеМО автоматизированной системы сбора и передачи траекторной измерительной информации являются независимыми, то вероятность выполнения задач всей АССП траекторной измерительной информации будет рассчитываться по формуле:

$$P_{ВЗ}^{ВЫХ} = P_{ВЗ1}^{Общ} \cdot P_{ВЗ\Sigma} \cdot P_{ВЗ3}.$$

Таким образом, разработанная математическая модель АССП траекторной измерительной информации позволяет определить значения вероятностно-временных характеристик $P_{ВЗ}^{ВЫХ}$ и $\bar{T}_{пр}^{ВЫХ}$ для любого варианта построения АССП ТИИ, которые могут выступать в качестве критериев оптимизации или входить в систему ограничений оптимизационной задачи определения типажа и состава средств аппаратуры сбора и передачи траекторной измерительной информации. Кроме того, данная модель может быть использована при обосновании требований к аппаратурным средствам автоматизированных систем сбора и передачи траекторной измерительной информации на испытательных полигонах.

Список использованных источников

1. Системно-концептуальные основы методологии военно-научных исследований и решения прикладных военно-технических проблем: монография. В 2-х кн. / Под ред. Б.А. Демидова. Тверь: Отделение ПВЭиФ, 2014.
2. Давыдов Г.Б., Рогинский В.Н., Толчан А.Я. Сети электросвязи. М.: Связь, 1977. – 360 с.
3. Суздалев А.В. Сети передачи информации АСУ. М.: Радио и связь, 1983. – 152 с.
4. Гальцов Е.М., Минаев В.Н., Тунгушпаев А.Т. Методология обоснования задач испытаний и перспектив развития полигонного испытательного комплекса Министерства обороны Российской Федерации. М.: ВИМИ, 2007. – 260 с.
5. Уолпрэнд Дж. Введение в теорию сетей массового обслуживания. М.: Мир, 1993. – 336 с.
6. Клейнрок Л. Теория массового обслуживания. М.: Машиностроение, 1979. – 432 с.
7. Боровков А.А. Вероятностные процессы в теории массового обслуживания. М.: Наука, 1972. – 371 с.
8. Ивченко Г.И., Каштанов В.А., Коваленко И.Н. Теория массового обслуживания. М.: Высшая школа, 1982. – 256 с.
9. Вентцель Е.С. Исследование операций. М.: Советское радио, 1972. – 552 с.