УДК 519.87

А.И. БУРАВЛЕВ, доктор технических наук,
профессор

ЗАДАЧА ПРОЕКТИРОВАНИЯ ЛОГИСТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ И МЕТОДИКА ЕЕ РЕШЕНИЯ

В статье рассмотрен методический подход к проектированию логистической системы как системы массового обслуживания (СМО) с пуассоновскими потоками заявок и обслуживаний. В качестве показателей эффективности СМО рассмотрены вероятность обслуживания и стоимость функционирования СМО. Предложен аналитический метод решения прямой и обратной задачи оптимизации СМО с использованием приближенной модели многоканальной СМО. Показано, что данный методический подход позволяет с достаточной для практики точностью успешно решать задачу обоснования структуры и параметров логистической системы.

***Ключевые слова**: многоканальная СМО, ее структура и параметры; показатели эффективности СМО и стоимость затрат на ее функционирование; прямая и обратная задачи оптимизации СМО и методика их решения.*

Современные логистические системы составляют основу экономики любого государства и пронизывают все его сферы, реализуя управление материальными, информационными, финансовыми, трудовыми и другими потоками в интересах достижения заданной цели [1-5].

Особую роль играют логистические системы военного назначения, непосредственно влияющие на боевые возможности вооруженных сил, обеспечивающих военную безопасность государства [6-8].

В этой связи задача обоснования структуры и параметров логистической системы является актуальной научной и прикладной задачей. Решение данной задачи включает в себя:
- построение математической модели, адекватной процессам функционирования логистической модели;
- структурно-параметрический синтез системы на базе выбранной модели;
- формирование целевых показателей и критериев эффективности системы;
- оценку эффективности логистической системы в типовых условиях ее функционирования.

Совокупность перечисленных выше задач составляет задачу проектирования логистической системы. Рассмотрим методический подход к решению данной задачи.

1. Обоснование математической модели логистической системы

Анализ логистических систем различного назначения показывает, что все они представляют собой системы массового обслуживания (СМО) входных потоков заявок на получение материальных и финансовых средств, объемов информации, транспортных коммуникаций, каналов связи и пр. в течение определенного времени в заданных условиях.

Потоки заявок и их реализация системой имеют случайный характер как по времени поступления, так и по объему требований. Логистическая система реализует эти заявки в течение определенного времени и с определенным объемом, которые также являются случайными. Все это свидетельствует о том, что процесс функционирования логистической системы является динамическим дискретно-непрерывным стохастическим процессом. Именно такие математические модели рассмотрены в ряде фундаментальных трудов зарубежных и отечественных ученых[1].

Однако практическое применение такого рода моделей представляют определенную сложность как с точки зрения получения исходной информации о законах распределения стохастических процессов, так и вычислительных трудностей при решении оптимизационных

[1] См., например: Синицын И.Н., Шаламов А.С. Лекции по теории систем интегрированной логистической поддержки: учеб. пособие. М.: Торус Пресс, 2011. – 615 с.; см. также [9-13].

задач. Поэтому для решения практических задач используются приближенные модели логистических систем. Таковыми являются аналитические модели массового обслуживания марковского типа, в которых входные и выходные потоки заявок являются пуассоновскими [12; 14-16].

Достоинством этих моделей является простота, возможность получения аналитического решения, а также его гарантированность с точки зрения учета неопределенностей в исходных данных. Это связано, прежде всего, с тем, что для пуассоновских потоков с постоянной интенсивностью время между заявками в потоке имеет экспоненциальное распределение, обладающее максимальной неопределенностью (энтропией)[2]. В этом случае оптимизация параметров СМО позволяет получить гарантированный результат, что соответствует методологии системного анализа сложных систем [17].

В качестве базовой модели логистической системы в данной работе рассматривается многоканальная СМО с известными интенсивностями потоков заявок и их обслуживанием, граф которой показан на рисунке 1.

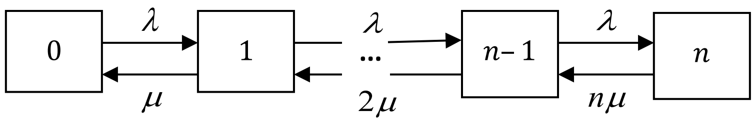

Рисунок 1 – Граф многоканальной СМО

Номера состояний СМО на рисунке 1 означают: 0 – все каналы обслуживания свободны; 1 – один рабочий канал занят обслуживанием заявки; n – все рабочие каналы заняты обслуживанием заявок.

На вход СМО поступает поток заявок с интенсивностью $\lambda = \frac{1}{T_з}$, где $T_з$ – средний интервал времени между заявками. Заявка с равной вероятностью направляется на любой свободный канал. Среднее время обслуживания заявки в одном канале составляет $T_{обс}$, а интенсивность обслуживания равна $\mu = \frac{1}{T_{обс}}$. Отношение $\alpha = \lambda/\mu = T_{обс}/T_з$ характеризует нагрузку на канал обслуживания и определяет вероятность обслуживания заявки в одном канале:

$$\mathrm{P}_{обс} = T_{обс}/(T_з + T_{обс}) = \mu/(\lambda+\mu) = 1/(1+\alpha). \qquad (1)$$

В случае занятости всех каналов заявка получает отказ либо направляется в накопитель для ожидания обслуживания. Для упрощения задачи накопитель заявок здесь не рассматривается.

Динамика изменения вероятностей состояний СМО $P_k(t)$ описывается известными уравнениями А.Н. Колмогорова [14; 15]:

$$dP_k/dt = -(\lambda + k\mu)P_k + \lambda P_{k-1} + (k+1)\mu P_{k+1}; \quad 0 \le k \le n-1\,, \qquad (2)$$

с начальными условиями: $t = 0$; $P_0(0) = 1$; $P_k(0) = 0$; $1 \le k \le n$ и условием нормировки $\sum_0^n P_k(t) = 1$.

В общем случае интенсивности потоков λ, μ могут зависеть от времени. Для приближенных расчетов нестационарные потоки заявок и обслуживания усредняются на некотором интервале времени T, характеризующем примерно одинаковые условия функционирования СМО. В этом случае в уравнениях (2) используются средние значения интенсивностей потоков заявок и их обслуживания:

$$\overline{\lambda} = \frac{1}{T}\int_0^T \lambda(t)dt; \quad \overline{\mu} = \frac{1}{T}\int_0^T \mu(t)dt. \qquad (3)$$

[2] Кузин Л.Т. Основы кибернетики. В 2-х т. Т.1: Математические основы кибернетики: учеб. пособие. 2-е изд. М.: Энергоатомиздат, 1994. – 576 с.

Для стационарного режима работы СМО $\left(\frac{dP_k}{dt}=0\right)$ вероятности состояний СМО определяются системой алгебраических уравнений:

$$\bar{P}_k = \propto^k/k!\,\bar{P}_0; \quad 0 \le k \le n, \tag{4}$$

где $\bar{P}_0 = 1/\left(\sum_{k=0}^{n} \propto^k/k!\right)$ – стационарная вероятность свободного состояния СМО.

По известным стационарным вероятностям состояний СМО $\bar{P}_k$ рассчитываются показатели эффективности многоканальной СМО [14]:

- вероятность обслуживания заявок – $\bar{P}_{обс} = 1 - \bar{P}_n$;
- интенсивность обслуживания заявок (абсолютная пропускная способность СМО) – $\lambda_{обс} = \lambda P_{обс}$;
- среднее число занятых каналов – $n_{обс} = nP_{обс}$;
- вероятность занятости одного канала обслуживания – $\rho = n_{обс}/n$.

Ключевым из перечисленных показателей является вероятность обслуживания потока заявок $\bar{P}_{обс}$. Именно этот показатель чаще всего выбирается в качестве целевого при обосновании структуры и параметров логистической системы [12; 14; 16]. Однако не менее важным с точки зрения анализа эффективности СМО является стоимость ее создания и обеспечения функционирования.

2. Технико-экономическая оценка логистической системы

При проектировании логистической системы важно оценивать не только ее функциональные возможности, но и затраты на ее создание. Основу логистической системы составляет технологическое оборудование, необходимый для работы персонал и рационально организованный технологический процесс[3].

Стоимость логистической системы складывается из затрат на приобретение технологического оборудования, распределение его по каналам обслуживания потока заявок и оплату труда персонала (основных и вспомогательных работников, управленческого персонала). Определение потребного количества каналов обслуживания является основной задачей проектирования логистической СМО [6; 7; 13; 16].

Технологический процесс достаточно адекватно описывается известными сетевыми моделями (сетевые графики, диаграммы Ганта, сети Петри и др.). Параметрами этих моделей являются: время выполнения элементарных операций технологического процесса, количество потребных работников, выполняющих указанные операции и логические правила их взаимодействия. Эти правила обеспечивают начало и окончание работ и безопасность их выполнения; осуществление контрольных операций, переходы с одной операции на другую; порядок использования технологического оборудования общего назначения и пр. Выходными параметрами технологического процесса являются время и ритм технологического цикла. Именно эти параметры определяют производительность технологического процесса [6; 7].

Время выполнения технологического цикла определяется продолжительностью его *критического* пути – полного пути от начала до окончания цикла с *максимальным* временем выполнения. Продолжительность критического пути равна сумме длительностей работ $t_i^{(кр)}$, составляющих критический путь технологического цикла [7]:

$$T_{кр} = \sum_{i=1}^{n} t_i^{(кр)}, \tag{5}$$

где n – число работ критического пути.

Ритм технологического потока τ равен максимальной продолжительности работы, находящейся на критическом пути:

$$\tau = max_{i=\overline{1.n}}\,\{t_i^{(кр)}\}. \tag{6}$$

[3] См.: ГОСТ Р 53394-2009. Интегрированная логистическая поддержка. Основные термины и определения. М.: Стандартинформ, 2008. – 24 с.; см. также [1; 2; 5-7].

При поточной организации труда первый цикл будет завершен за время, равное продолжительности критического пути $T_{\text{кр}}$, второй и последующие циклы через время τ. В этом случае средний ритм технологического потока за l циклов составит:

$$\overline{\tau} = \frac{T_{\text{кр}}+(l-1)\tau}{l}.$$

Интенсивность выполнения технологического цикла равна обратной величине его ритма:

$$\overline{\mu} = 1/\overline{\tau}. \quad (7)$$

При большом количестве повторений технологического цикла величина среднего ритма $\overline{\tau}$ стремится к постоянному значению τ, которое определяется формулой (6).

На практике все технологические процессы имеют случайные отклонения длительностей работ, в результате чего и критическое время, и ритм технологического процесса являются случайными величинами. Поэтому при расчетах параметров технологического процесса используются их средние значения, полученные в результате усреднения наблюдаемых процессов. Именно это позволяет обеспечить устойчивость оценок, используемых в технико-экономических расчетах.

Помимо временных параметров важным технико-экономическим показателем технологического процесса являются его трудозатраты θ, включающие в себя как время выполнения работ, так и численность участвующих работников:

$$\theta = \sum_{j=1}^{L} t_j N_j, \text{ чел.- час},$$

где $t_j, N_j, \left(j = \overline{1, L}\right)$ – продолжительность и численность работников, выполняющих работы по технологическому графику.

Трудоемкость технологического цикла характеризуется удельными трудозатратами $\vartheta = \frac{\theta}{T_{\text{кр}}}$, чел. час/час технологического процесса. За l циклов его повторения трудоемкость технологического процесса составит:

$$\vartheta(l) = \frac{l\theta}{T_{\text{кр}}+(l-1)\tau} = \frac{\theta}{\overline{\tau}} = \theta\overline{\mu}.$$

По трудоемкости технологического процесса производится оценка его стоимости: чем выше трудоемкость процесса, тем больше должна быть стоимость труда:

$$C(\theta) = k\vartheta(l) = k\frac{\theta}{\overline{\tau}} = \text{c}_0\overline{\mu}, \quad (8)$$

где $\text{c}_0 = k\theta$ – стоимость трудозатрат, учитывающая уровень квалификации и численность персонала, его техническую оснащенность; k – коэффициент пропорциональности между стоимостью в денежном выражении и затратами труда.

Формулу (8) также можно получить из условия оплаты труда по количеству обслуженных заявок. Если интенсивность обслуживания заявки составляет $\overline{\mu} = 1/\overline{\tau}$, то за время работы одного канала $t_{\text{р}}$ в среднем будет обслужено $t_{\text{р}}/\overline{\tau}$ заявок. Оплата труда за время работы $t_{\text{р}}$ в этом случае составит $\text{C}\left(t_{\text{р}}\right) = k\, t_{\text{р}}/\overline{\tau} = c_0\overline{\mu}$, где $\text{c}_0 = kt_{\text{р}}$ – временной тариф оплаты труда.

Из сказанного следует, что стоимость затрат на создание логистической системы можно представить как сумму затрат на создание инфраструктуры СМО (организация рабочей территории, ее энергообеспечение, оснащение необходимым оборудованием по количеству каналов обслуживания) и оплату труда работников, пропорционально их производительности труда:

$$\text{C}(n, \overline{\mu}) = (c_1 + c_0\overline{\mu})n, \quad (9)$$

где n – количество технологических каналов в СМО; c_1 – стоимость оборудования одного технологического канала.

С увеличением числа каналов обслуживания и производительности труда в технологическом процессе стоимость СМО закономерно увеличивается.

3. Постановка задач оптимального проектирования логистической системы

В зависимости от целевого назначения логистической системы возможны две постановки задачи проектирования [17].

Прямая задача: требуется определить параметры СМО μ, n, обеспечивающие требуемую вероятность обслуживания заявок

$$\overline{P}_{обс}(\overline{\mu}, n) \geq P_{обс}^{зад}, \tag{10}$$

при минимальной стоимости затрат:

$$C(n, \overline{\mu}) = (c_1 + c_0\overline{\mu})n \to \min_{\overline{\mu}, n} . \tag{11}$$

В прямой задаче приоритетом является первый критерий – обеспечение требуемого эффекта логистической системы. Его формулировка однозначна и не содержит никаких неопределенностей. Второй критерий выступает как дополнительное условие и содержит неопределенность о величине достигаемого минимума.

Обратная задача: требуется определить параметры системы, стоимость которой не превышает допустимой:

$$C(n, \overline{\mu}) = (c_1 + c_0\overline{\mu})n \leq C^{зад}, \tag{12}$$

обеспечивающие при этом максимальную вероятность обслуживания заявок:

$$\overline{P}_{обс}(\overline{\mu}, n) \to \max_{\overline{\mu}, n} . \tag{13}$$

В обратной задаче приоритетом выступают допустимые затраты на создание логистической системы, а дополнительным условием является достижение максимальной вероятности обслуживания. При этом вовсе не гарантируется, что максимальная вероятность обслуживания будет максимально высокой, т.е. близкая к единице. При недостаточном финансировании число каналов и их производительность не смогут обеспечить высокую вероятность обслуживания заявок. В теории исследования операций известна теорема Куна-Таккера[4], согласно которой для выпуклых целевых функций, в случае согласования накладываемых на них ограничений, достигаются одинаковые решения как для прямой, так и обратной задачи.

Для получения аналитического решения сформулированных задач проектирования заменим систему уравнений, описывающих стационарное распределение вероятностей состояний многоканальной СМО (4), приближенной системой независимых одноканальных систем, вероятность функционирования которых описываются следующими уравнениями [18]:

$$\overline{P}_{обс}(n=0) \cong e^{-\overline{\alpha}}; \quad \overline{P}_{обс}(n) = 1 - \left(1 - P_{обс}(1)\right)^n; \quad n \geq 1, \tag{14}$$

где $\overline{P}_{обс}(1) = \frac{1}{1+\overline{\alpha}}$ – вероятность обслуживания заявки одним каналом; $\alpha = \lambda/\mu$- нагрузка канала.

Исследования данной аппроксимации многоканальной СМО показали достаточно высокую точность и пригодность для решения прикладных задач [18; 19]. На рисунках 2, 3 показаны графики зависимости вероятности обслуживания заявок СМО $\overline{P}_{обс}(n)$, рассчитанные по точным (4) и приближенным формулам (14).

Как видно из этих графиков, предлагаемая аппроксимация достаточно точно описывает динамику вероятностей состояний СМО.

С учетом принятого допущения рассмотрим методику решения прямой и обратной задачи проектирования.

Подставим выражение (14) в левую часть неравенства (10) и найдем из него минимально необходимое число каналов n:

$$n = \frac{ln(1-P_{обс}^{зад})}{ln\left(\frac{\overline{\lambda}}{\overline{\lambda}+\overline{\mu}}\right)}. \tag{15}$$

[4] Карманов В.Г. Математическое программирование: учеб. пособие. 5-е изд. М.: Физматлит, 2004. – 263 с.

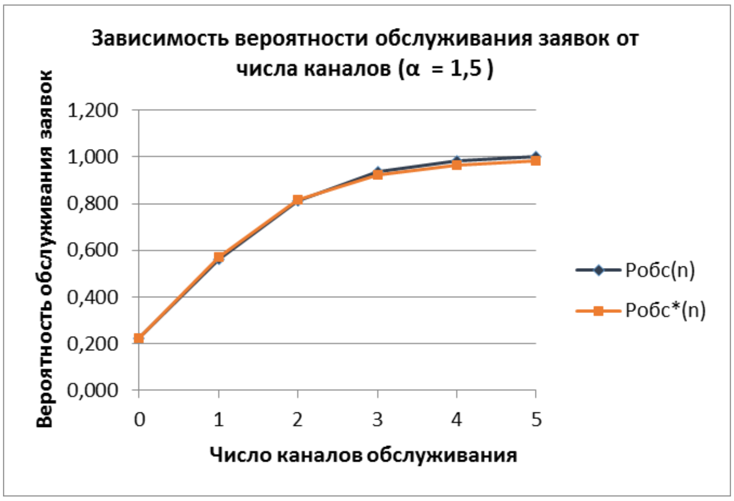

Рисунок 2 – Зависимость вероятности обслуживания заявок СМО при нагрузке $\propto = 1{,}5$

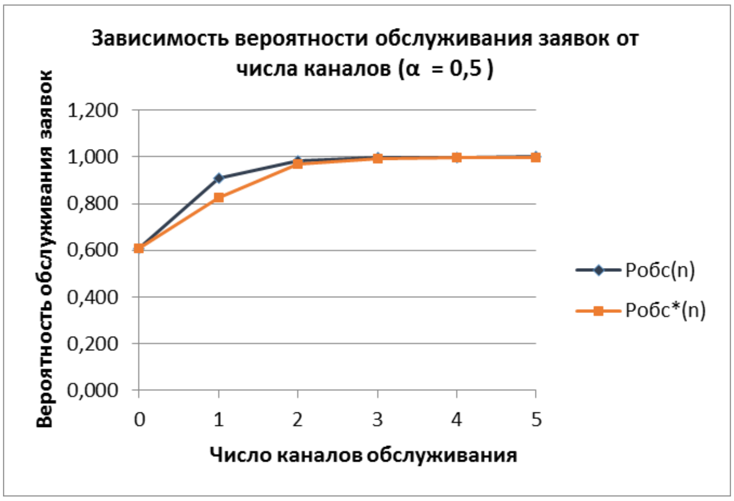

Рисунок 3 – Зависимость вероятности обслуживания заявок СМО при нагрузке $\propto = 0{,}5$

Далее это число подставляем в формулу для функции затрат и получаем ее зависимость от одного параметра μ:

$$C(\bar{\mu}) = (c_1 + c_0\bar{\mu})n = (c_1 + c_0\bar{\mu})\frac{ln(1-P_{\text{обс}}^{\text{зад}})}{ln\left(\frac{\bar{\lambda}}{\bar{\lambda}+\bar{\mu}}\right)}. \quad (16)$$

Эта зависимость при определенных значениях стоимостных параметров c_0, c_1 имеет точку минимума $\bar{\mu}^*$. Этой точке соответствует и минимальное число каналов $n(\bar{\mu}^*)$, рассчитанное по формуле (15).

На рисунке 4 приведены графики зависимости $C(\bar{\mu})$, $n(\mu)$ при следующих исходных данных: $c_0 = 2{,}8$ у.е.; $c_1 = 1{,}0$ у.е.; $\lambda = 0{,}15$ 1/час; $P_{\text{обс}}^{\text{зад}} = 0{,}95$.

Как видно из рисунка, минимум стоимости СМО достигает при $\bar{\mu}^* = 0{,}4$ 1/час и числе каналов $n = 2$, и составляет $C(\bar{\mu}^*) = 4{,}90$ у.е. Проверка полученного результата по точным формулам подтверждает оптимальность решения.

Рассмотрим теперь обратную задачу. В этой задаче из ограничения по стоимости (12) находим предельное число каналов в зависимости от производительности канала μ:

$$n(\mu) = C^{\text{зад}})/(\mathrm{c}_0\mu + c_1) > 0.$$

Выражение для вероятности обслуживания (13) принимает следующий вид:

$$\bar{P}_{\text{обс}}(\mu) = 1 - \left(\frac{\bar{\lambda}}{\bar{\lambda}+\bar{\mu}}\right)^{n(\bar{\mu})}. \quad (17)$$

Функция $\bar{P}_{\text{обс}}(\mu)$ имеет максимум по параметру μ, который изменяется от нуля до предельного значения $\mu_{\text{пр}}$.

На рисунке 5 приведены графики зависимости вероятности обслуживания заявок $\bar{P}_{\text{обс}}(\mu)$ и количества потребных каналов $n(\mu)$ при заданной стоимости СМО $C^{\text{зад}} = 4{,}9$ у.е. и параметрах предыдущего примера.

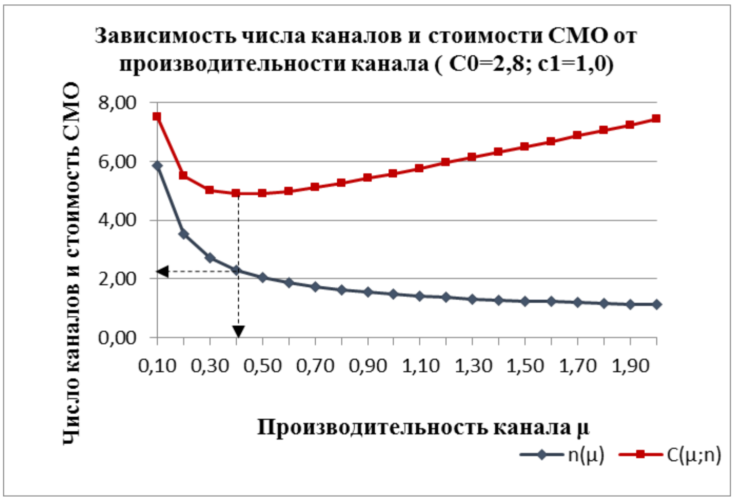

Рисунок 4 – Зависимость числа каналов и стоимости СМО от производительности канала

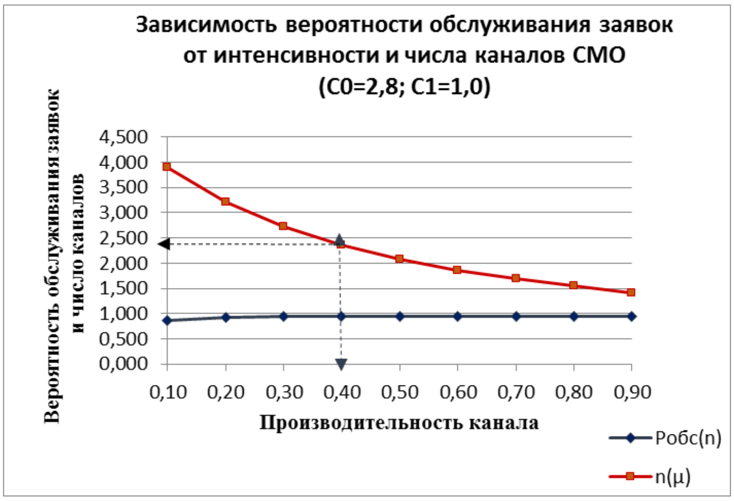

Рисунок 5 – Зависимость вероятности обслуживания и количества каналов СМО от производительности

Как видно из графика, при стоимости СМО, соответствующей минимуму прямой задачи, решения обратной и прямой задачи полностью совпадают. В том случае, когда ограничения прямой и обратной задачи не совпадают, их решения, естественно, будут отличаться.

Таким образом, рассмотренная выше методика может быть без особых затруднений использована при проектировании логистических систем различного назначения на этапе формирования их предварительного облика. После определения оптимального числа каналов и их производительности далее может быть произведено их уточнение по точным формулам загрузки СМО.

Список использованных источников

1. Джонсон Дж., Вуд Д., Вордлоу Д., Мерфи П. Современная логистика. 7-е изд. М.: Вильямс, 2002. – 624 с.
2. Линдерс М., Фирон Х. Управление снабжением и запасами. Логистика. СПб.: Полигон, 2002. – 768 с.
3. Лайонс К., Джиллингем М. Управление закупочной деятельностью и цепью поставок. 6-е изд. М.: Инфра-М, 2005. – 795 с.
4. Шаламов А.С., Дмитров В.И. Интегрированная логистическая поддержка – методология и средство управления стоимостью и качеством наукоемких изделий промышленности на протяжении их жизненного цикла // Научный вестник МГТУ ГА. Сер. «Авионика и электротехника». 2002. №48. – С. 101-106.
5. Судов Е.В. Интегрированная информационная поддержка жизненного цикла машиностроительной продукции. Принципы. Технологии. Методы. Модели. М.: МВМ, 2003. – 264 с.
6. Военная логистика: история, методология, современное состояние и перспективы развития: коллективная монография / Под ред. А.Х. Курбанова. СПб.: Копи Р Групп, 2014. – 284 с.
7. Кравченко А.Ю., Судов Е.В., Артеменко В.Б. Модель системы технической эксплуатации вооружения и военной техники на основе анализа логистической поддержки // Вооружение и экономика. 2017. №2(39). – С. 33-42.
8. Бабенков В.И., Бабенков А.В. Задачи и направления совершенствования интегрированной системы материально-технического обеспечения с применением современных логистических концепций // Вооружение и экономика. 2014. №3(28). – С. 75-80.
9. Рубальский Г.Б. Управление запасами при случайном спросе. – М.: Сов. Радио, 1977.
10. Цирман М. Стохастические модели управления запасами // Применение исследования операций в экономике: сб. статей. М.: Экономика, 1977. – С. 248-265.
11. Шапиро Дж. Моделирование цепей поставок. М.: Альпина Бизнес Букс, 2006. – 720 с.
12. Шаламов А.С. Вероятностные аналитические модели интегрированной логистической поддержки продукции // Качество и ИПИ (CALS) технологии. 2004. №3.
13. Шаламов А.С. Интегрированная логистическая поддержка наукоемкой продукции. М.: Университетская книга, 2008. – 484 с.
14. Вентцель Е.С. Исследование операций. М.: Советское радио, 1972. – 552 с.
15. Гнеденко Б.В., Коваленко И.Н. Введение в теорию массового обслуживания. 2-е изд. М.: Наука, 1987. – 336 с.
16. Осипов Л.А. Проектирование систем массового обслуживания. М.: Адвансэд Солюшзн, 2011. – 111 с.
17. Методы военно-научных исследований систем вооружения: военно-научный труд / Под ред. В.М. Буренка. М.: Граница, 2017. – 512 с.
18. Буравлев А.И. Марковская модель восстановления вооружения и военной техники в новой системе технического обслуживания и ремонта // Вооружение и экономика. 2014. №1(26). – С. 39-52.
19. Буравлев А.И., Пьянков А.А. Управление техническим обеспечением жизненного цикла вооружением и военной техникой: монография. М.: Граница, 2015. – 304 с.