

Пьянков А.А.

Кандидат технических наук

Применение метода оптимального планирования вычислительного эксперимента при моделировании технического обеспечения войск

Рассматривается задача оптимального планирования вычислительного эксперимента при моделировании технического обеспечения войск с применением метода многофакторного планирования. Получен общий алгоритм построения оптимального плана вычислительного эксперимента и порядок расчета регрессионных зависимостей показателей эффективности от параметров технического обеспечения. Приведен пример, иллюстрирующий работоспособность алгоритма.

В статье [1] рассмотрена математическая модель процесса технического обеспечения (ТО) войск, позволяющая получать количественные оценки потребной численности вооружения и военной техники (ВВТ), уровня их боеготовности, исправности и боевого потенциала, а также затрат, необходимых для реализации программных мероприятий на определенный период планирования в зависимости от управляющих воздействий.

В качестве параметров управления рассмотрены годовые объемы закупок $u_0(t)$, войскового ремонта $u_1(t)$ и модернизации $u_4(t)$. Совокупность этих элементов составляет вектор управления $\mathbf{u}(t) = (u_0(t), u_1(t), u_4(t))$ техническим обеспечением¹. В качестве критерия оптимизации управления принят минимум общих затрат C_Σ на техническое обеспечение за программный период T при ограничениях по боевому потенциалу $\hat{K}_{БП}$ и боеготовности $\hat{K}_{БГ}$ группировки войск.

Расчет параметров оптимизации для различных комбинаций значений входных параметров будем рассматривать как вычислительный эксперимент, а его единичный результат как опыт. С одной стороны, чем больше опытов, тем точнее будет получена регрессионная зависимость каждого из параметров эффективности технического обеспечения войск C_Σ , $K_{БП}$, $K_{БГ}$ от управляющих воздействий $\mathbf{u}(t)$. С другой стороны, количество опытов должно быть приемле-

мым для их практической реализации. Например, если каждый из входных параметров будет принимать 100 различных значений, то количество опытов будет составлять 100^3 .

Таким образом, традиционная генерация множества вариантов технического обеспечения с последующим выбором из них рационального является во многом избыточной, тем более что большинство вариантов вообще не представляет практического интереса, поскольку относятся к области, далекой от оптимальных условий.

Для определения оптимального количества опытов применяют методы планирования эксперимента [3, 4]. Основной идеей этих методов является определение минимального количества опытов, в которых, варьируя значениями независимых переменных $\mathbf{u}(t) = (u_0(t), u_1(t), u_4(t))$, по специально сформированным правилам можно найти область оптимальных значений параметров эффективности ТО $(C_\Sigma, K_{БП}, K_{БГ})$ и построить ее математическую модель.

Алгоритм оптимального планирования вычислительного эксперимента

Планирование оптимального эксперимента производится в несколько этапов. На первом этапе осуществляется выбор факторов (независимых переменных, которые влияют на изменение изучаемого свойства). При оптимизации процесса управления техническим обеспечением варьируемыми факторами являются параметры управления: объемы закупок $u_0(t)$, войскового ремонта $u_1(t)$ и модернизации $u_4(t)$. Параметры управления

¹ Здесь используются обозначения, принятые в работе [1]



могут принимать только неотрицательные целочисленные значения.

Вторым этапом является определение основного уровня (исходного значения) факторов и интервал их варьирования. Прибавление интервала варьирования к основному уровню дает верхний уровень фактора, а вычитание – нижний уровень. Удобно, чтобы верхний уровень соответствовал +1, нижний -1, а основной – нулю. Для этого факторы кодируют так, чтобы их кодовые значения x_i (-1, 0, +1) были связаны с натуральными u_i соотношением:

$$x_i = \frac{u_i - u_{i0}}{\Delta u_i}, \quad (1)$$

где u_{i0} – натуральное значение фактора на основном уровне, Δu_i – натуральное значение интервала варьирования.

На величины интервалов варьирования накладываются определенные ограничения. С одной стороны, интервалы варьирования следует стремиться сделать более узкими, так как чем они уже, тем больше будет точность аппроксимации. С другой стороны, интервалы не могут быть меньше той ошибки, с которой фиксируется тот или иной фактор. В противном случае верхний и нижний уровни окажутся просто неразличимы. Например, не имеет смысла варьировать объем закупок образца ВВТ, основной уровень которого составляет 1000 единиц, в интервале ± 5 , так как столь высокий объем закупок вряд ли можно спланировать с такой высокой точностью. Весьма распространенной является рекомендация выбирать интервалы варьирования, не превышающими удвоенной среднеквадратичной ошибки в определении данного фактора.

Следует также отметить, что интервал варьирования может быть выбран, исходя из ограничений по комплектности поставок. Уровень комплектности поставок образцов ВВТ соответствует масштабу переоснащаемого воинского формирования (рота, батальон, полк, бригада). Минимальный комплект ВВТ для каждого из типов переоснащаемых воинских формирований определяется ГШ ВС РФ. Тогда для заданного j -го уровня

комплектности интервал варьирования фактора закупок будет определяться по формуле:

$$\Delta u_i = \left[\frac{N_i^{p_{\max}}}{N_i^j} \right], \quad (2)$$

где N_i^j – количество образцов ВВТ i -го типа, определенное штатно-табельной потребностью для j -го уровня комплектности;

$N_i^{p_{\max}}$ – количество образцов i -го типа, определенное максимальными производственно-технологическими возможностями предприятий ОПК по их производству;

$[x]$ – оператор выделения целой части числа x .

Третьим этапом является составление плана эксперимента. В данном случае имеется три фактора, каждый из которых может принимать три значения: 0, +1 и -1. Таким образом, все возможные комбинации факторов будут исчерпаны в $3^3 = 27$ экспериментах. На рисунке 1 показана геометрическая интерпретация плана трехфакторного эксперимента. Ребра куба соответствуют варьируемым факторам, а крестиками – обозначены конкретные значения этих факторов в эксперименте.

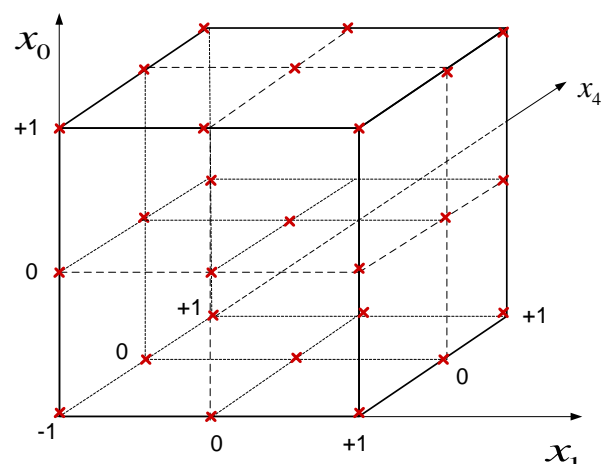


Рисунок 1 – Геометрическая интерпретация плана вычислительного эксперимента

На рисунке 2 представлена матрица планирования полного трехфакторного эксперимента. Каждая строка матрицы соответствует одному опыту с заданными значениями факторов $u_0(t)$, $u_1(t)$ и $u_4(t)$.

№ опыта	x1	x2	x3
1	0	0	0
2	0	0	-1
3	0	0	1
4	0	-1	0
5	0	-1	-1
6	0	-1	1
7	0	1	0
8	0	1	-1
9	0	1	1

№ опыта	x1	x2	x3
10	-1	0	0
11	-1	0	-1
12	-1	0	1
13	-1	-1	0
14	-1	-1	-1
15	-1	-1	1
16	-1	1	0
17	-1	1	-1
18	-1	1	1

№ опыта	x1	x2	x3
19	1	0	0
20	1	0	-1
21	1	0	1
22	1	-1	0
23	1	-1	-1
24	1	-1	1
25	1	1	0
26	1	1	-1
27	1	1	1

Рисунок 2 – Матрица планирования полного трехфакторного эксперимента

Результаты опытов, выполненных по схеме полного факторного эксперимента, являются исходными данными для следующего этапа – нахождение регрессионной зависимости показателей эффективности ТО

$$\hat{y} = b_0 + b_1x_0 + b_2x_1 + b_3x_4 + b_{12}x_0x_1 + b_{13}x_0x_4 + b_{23}x_1x_4 + b_{123}x_0x_1x_4, \quad (3)$$

где y – выходной параметр (показатель эффективности ТО); x_0, x_1, x_4 – факторные переменные.

Коэффициенты $b_0, b_1, b_2, b_3, b_{12}, b_{13}, b_{23}, b_{123}$ указывают на силу и направления влияния факторов и их взаимодействий. Для расчета

$$b_i = \frac{1}{L} \sum_{k=1}^L x_{ik} y_k; \quad b_{ij} = \frac{1}{L} \sum_{k=1}^L x_{ik} x_{jk} y_k; \quad b_{ijg} = \frac{1}{L} \sum_{k=1}^L x_{ik} x_{jk} x_{gk} y_k, \quad (4)$$

где: x_{ik} – значение факторной переменной x_i в k -ом опыте;

y_k – значение соответствующего показателя в k -ом опыте;

L – число опытов в матрице планирования.

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{k=1}^L (y_k - \hat{y}_k)^2}{\sum_{k=1}^L (y_k - \bar{y})^2} = \frac{S_y^2}{S_y^2}, \quad (5)$$

где:

y_k – наблюдение в k -ом опыте;

$C_2, K_{БП}, K_{БГ}$ от управляемых параметров $u_0(t), u_1(t)$ и $u_4(t)$.

В качестве базисной функции для этих регрессий принят полином степени, равной количеству факторов [3]. В данном случае, при количестве факторов, равном трем, полное уравнение регрессии примет вид:

этих коэффициентов используется расширенная матрица планирования, которая включает помимо значений самих факторов, их двойные и тройные взаимодействия. Коэффициенты уравнения регрессии (3) рассчитываются по формуле:

После определения по результатам вычислительного эксперимента значений коэффициентов регрессии необходимо провести проверку общего качества оценочной регрессии. Для этого использован коэффициент детерминации [5], который определяется по формуле:

\hat{y} – значение зависимой переменной в k -ом опыте;

\bar{y} – среднее значение наблюдений y ;

$S_{\hat{y}}^2 = \sum_{k=1}^L (y_k - \hat{y}_k)^2$ – выборочная дисперсия уравнения регрессии;

$S_y^2 = \sum_{u=1}^N (y_u - \bar{y})^2$ – выборочная дисперсия результирующей переменной.

Разброс $\sum_{u=1}^N (y_u - \bar{y})^2$ значений y вокруг \bar{y} можно разбить на две части: объясненную регрессионным уравнением и необъясненную (связанную с ошибками аппроксимации), тогда:

$$S_y^2 = \sum_{k=1}^L (y_k - \bar{y})^2 = \sum_{k=1}^L (y_k - \hat{y}_k)^2 + \sum_{k=1}^L (\hat{y}_k - \bar{y})^2 \quad (6)$$

где первое слагаемое соответствует необъясненной дисперсии (остаточной) S_e^2 , а второе – объясненной части всей дисперсии S_y^2 .

Как правило, допустимое значение коэффициента детерминации составляет не ниже 0,8 [5]. На рисунке 3 показан обобщенный алгоритм применения метода оптимального планирования вычислительного эксперимента при моделировании технического обеспечения войск.

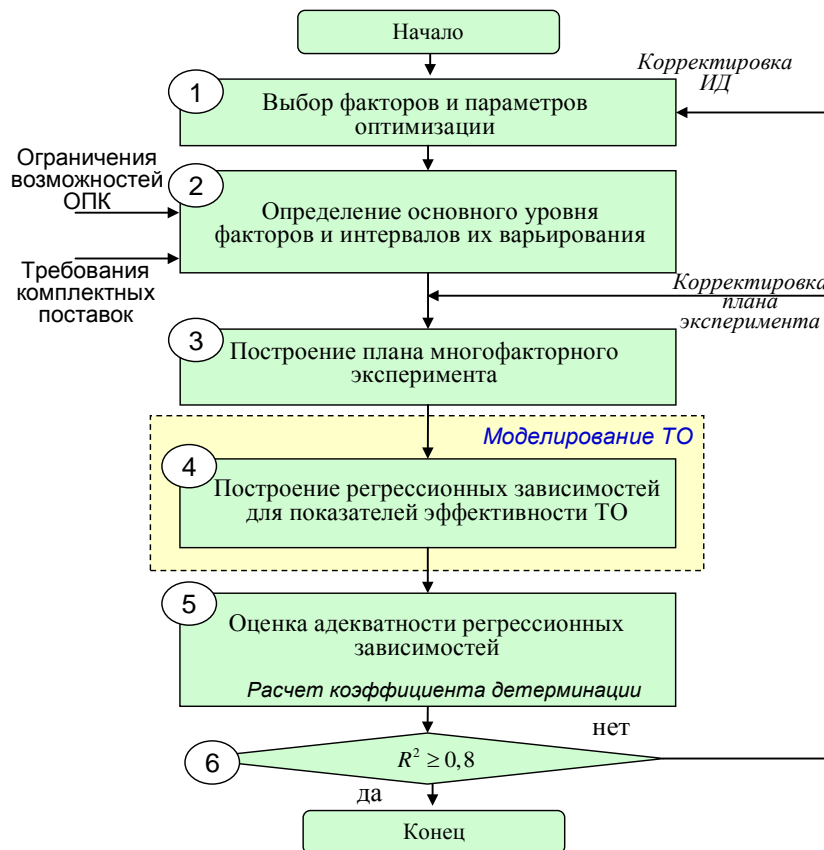


Рисунок 3 - Обобщенный алгоритм

В рамках исследований были проведены расчеты показателей эффективности ТО для основных типов образцов ВВТ с использованием предлагаемого подхода оптимального планирования вычислительного эксперимента.

В качестве примера, иллюстрирующего работоспособность предлагаемого подхода к оптимальному планированию вычислитель-

ного эксперимента, рассмотрены три типовых образца ВВТ с использованием следующих условных исходных данных (таблица 1).

Единицей измерения фактора объема закупок является среднее количество закупаемых образцов ВВТ в год. Объем войскового ремонта и объем модернизации определяются как доля от количества образцов ВВТ, находящихся в соответствующих состояниях.

Таблица 1 – Основные уровни и интервалы варьирования

Образец ВВТ	Факторы	Основной уровень	Интервалы вар.	Верхний уровень (+1)	Нижний уровень (-1)
Самолет истребитель	Объем закупок	7	7	14	0
	Объем ремонта на ПП	50%	50%	100%	0%
	Объем модернизации	50%	50%	100%	0%
БМП	Объем закупок	25	25	50	0
	Объем ремонта на ПП	50%	50%	100%	0%
	Объем модернизации	50%	50%	100%	0%
Самоходная гаубица	Объем закупок	9	9	18	0
	Объем ремонта на ПП	50%	50%	100%	0%
	Объем модернизации	50%	50%	100%	0%

В соответствии с предложенной методикой был получен план трехфакторного эксперимента. По результатам проведения вычислительного эксперимента на основе модели технического обеспечения войск [1] получены средние численности образцов ВВТ, находящихся в различных состояниях. Исходя из этого, по каждому опыту получены параметры эффективности ТО по рассматриваемым образцам ВВТ:

суммарные затраты на реализацию программных мероприятий $C_{\Sigma}(\mathbf{u}(t))$ и боевой потенциал ВВТ в составе воинского формирования типа батальон (авиаэскадрилья, дивизион) $K_{БП}(\mathbf{u}(t))$. Результаты расчетов представлены в таблице 2.

Таблица 2 – Результаты расчетов параметров эффективности ТО

№ опыта	Параметры управления	Самолет-истребитель		БМП		Самоходная гаубица	
		Общие затраты	БП	Общие затраты	БП	Общие затраты	БП
1	[+1; +1; +1]	70,764	21,526	137,362	14,350	36,676	2,777
2	[+1; +1; 0]	70,490	21,518	137,362	14,350	35,821	2,780
3	[+1; +1; -1]	68,740	22,404	137,362	14,350	31,967	2,848
4	[+1; 0; +1]	70,765	22,717	134,699	14,350	36,656	2,777
5	[+1; 0; 0]	70,484	22,749	134,699	14,350	35,821	2,780
6	[+1; 0; -1]	69,263	23,464	134,699	14,350	31,976	2,848
7	[+1; -1; +1]	71,969	26,554	125,755	14,350	36,488	2,780
8	[+1; -1; 0]	71,649	26,615	125,755	14,350	35,672	2,781
9	[+1; -1; -1]	70,283	27,355	125,755	14,350	31,866	2,851
10	[0; +1; +1]	51,724	17,279	136,429	14,454	35,075	2,570
11	[0; +1; 0]	51,451	17,245	136,429	14,454	34,240	2,569
12	[0; +1; -1]	50,125	17,653	136,429	14,454	30,424	2,566
13	[0; 0; +1]	52,208	17,842	133,829	14,438	35,075	2,570
14	[0; 0; 0]	51,767	17,813	133,829	14,438	34,183	2,569
15	[0; 0; -1]	50,518	18,289	133,829	14,438	30,405	2,566
16	[0; -1; +1]	52,812	20,147	124,858	14,435	34,898	2,572
17	[0; -1; 0]	52,638	20,196	124,858	14,435	34,077	2,570
18	[0; -1; -1]	51,236	20,690	124,858	14,435	30,352	2,566



№ опыта	Параметры управления	Самолет-истребитель		БМП		Самоходная гаубица	
		Общие затраты	БП	Общие затраты	БП	Общие затраты	БП
19	[-1; +1; +1]	32,965	11,177	135,546	14,556	33,470	2,349
20	[-1; +1; 0]	32,741	11,169	135,546	14,556	32,669	2,341
21	[-1; +1; -1]	31,305	11,000	135,546	14,556	28,901	2,257
22	[-1; 0; +1]	33,284	11,186	132,928	14,524	33,422	2,349
23	[-1; 0; 0]	32,974	11,176	132,928	14,524	32,669	2,341
24	[-1; 0; -1]	31,880	11,000	132,928	14,524	28,805	2,257
25	[-1; -1; +1]	33,918	11,206	123,997	14,520	33,173	2,348
26	[-1; -1; 0]	33,505	11,202	123,997	14,520	32,419	2,342
27	[-1; -1; -1]	32,316	11,000	123,997	14,520	28,685	2,257

В соответствии с (3), по каждому образцу ВВТ получены уравнения регрессии для суммарной стоимости затрат $C_{\Sigma}(\mathbf{u}(t))$ и боевого потенциала $K_{БП}(\mathbf{u}(t))$ в зависимости от управляющих параметров $\mathbf{u}(t) = (u_1(t), u_2(t), u_4(t))$.

для образца 1 (самолета-истребителя)

$$\begin{cases} \hat{y}_{C_{\Sigma}} = 51,62 + 18,86x_0 - 0,56x_1 + 0,82x_4 - 0,1x_0x_1 + 0,05x_0x_4 + 0,03x_1x_4 + 0,001x_0x_1x_4 \\ \hat{y}_{БП} = 17,86 + 6,38x_0 - 1,33x_1 - 0,18x_4 - 0,83x_0x_1 - 0,17x_0x_4 + 0,001x_1x_4 + 0,001x_0x_1x_4 \end{cases}$$

для образца 2 (БМП)

$$\begin{cases} \hat{y}_C = 131,71 + 0,89x_0 + 7,78x_1 + 0,01x_0x_1 \\ \hat{y}_{БП} = 14,44 - 0,09x_0 + 0,09x_1 - 0,01x_0x_1 \end{cases}$$

для образца 3 (самоходной гаубицы)

$$\begin{cases} \hat{y}_C = 33,181 + 1,60x_0 + 0,09x_1 + 2,31x_4 - 0,03x_0x_1 + 0,02x_0x_4 + 0,03x_1x_4 + 0,002x_0x_1x_4 \\ \hat{y}_{БП} = 2,56 + 0,24x_0 - 0,001x_1 + 0,004x_4 - 0,004x_0x_1 + 0,03x_1x_4 \end{cases}$$

На рисунках 4 и 5 представлены по образцу 1 графики уравнений регрессии для суммарных затрат на программные мероприятия и боевого потенциала воинских формирований, соответственно.

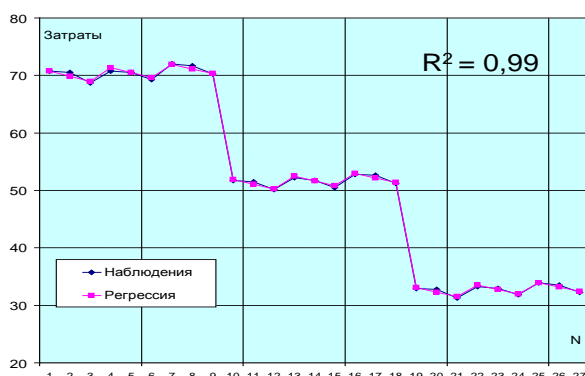


Рисунок 4 – График уравнения регрессии для суммарных затрат на программные мероприятия (самолет-истребитель)

Представленные графики носят скачкообразный характер с ярко выраженными интервалами. Резкие перепады общих затрат и боевого потенциала обусловлены высокой степенью влияния на эти параметры фактора объемов закупок ВВТ (коэффициенты регрессии при x_0). В первых девяти опытах (№1-9) объем закупок максимален $x_0=+1$, в последующих опытах (№10-18) – средний объем закупок $x_0=0$, в последних девяти (№19-27) – минимальный $x_0=-1$.

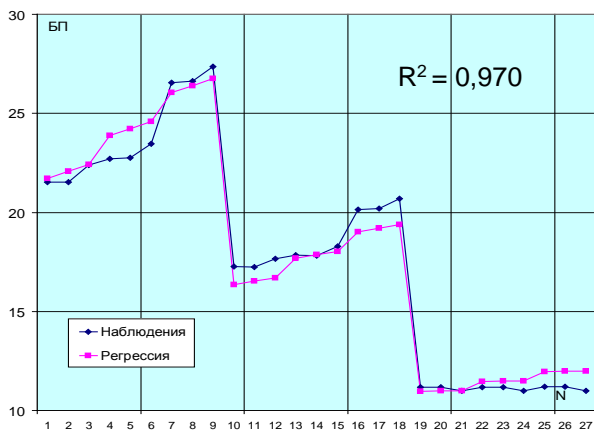


Рисунок 5 – График уравнения регрессии для боевого потенциала авиаэскадрильи (самолет-истребитель)

На рисунках 6 и 7 представлены аналогичные графики по образцу 2. В данном случае влияние фактора закупок ВВТ на уравнение регрессии является незначительным. Это обусловлено невысокой стоимостью закупки одного образца ВВТ относительно стоимости его модернизации (стоимость закупки больше стоимости модернизации менее, чем в 2 раза), в отличие от образца 1, где соотношение стоимости закупки к стоимости модернизации близко к четырем.

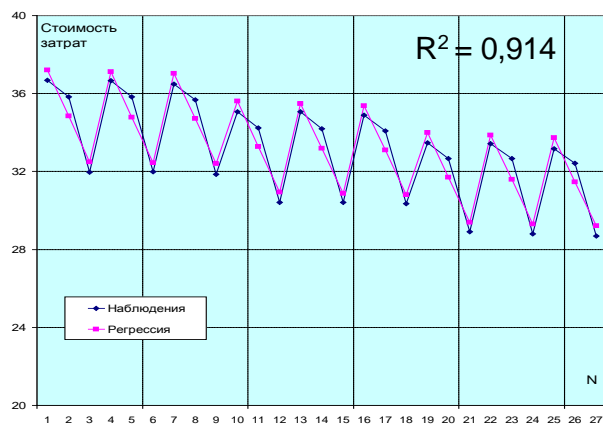


Рисунок 6 – График уравнения регрессии для суммарных затрат на программные мероприятия (самоходная гаубица)

Однако в данном случае значительное влияние на параметры управления оказывает фактор объема модернизации ВВТ (коэффициент при x_4).

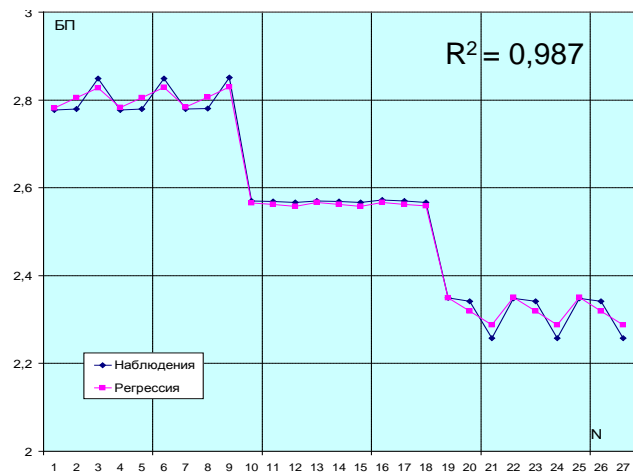


Рисунок 7 – График уравнения регрессии для боевого потенциала дивизиона (самоходная гаубица)

График уравнения регрессии боевого потенциала для самоходной гаубицы аналогичен графику для самолета-истребителя, содержит также три интервала, что обусловлено значительной относительной разницей боевого потенциала нового, модернизируемого и штатного образца ВВТ ($БП^{нов} = 2,9$; $БП^{мод} = 2,5$; $БП^{штат} = 2,27$).

На рисунках 8 и 9 представлены по образцу 3 (БМП) графики уравнений регрессии для суммарных затрат на программные мероприятия и боевого потенциала мотострелкового батальона, соответственно.

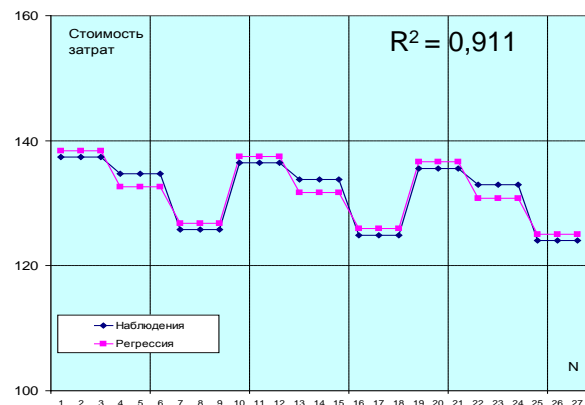


Рисунок 8 – График уравнения регрессии для суммарных затрат на программные мероприятия (БМП).

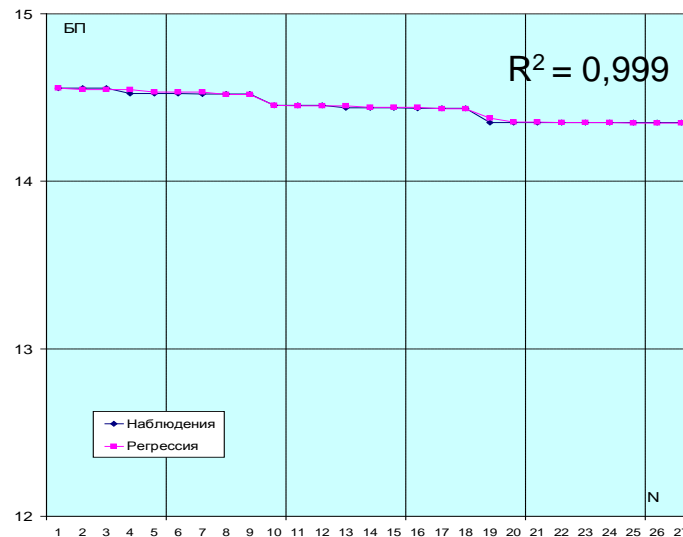


Рисунок 9 – График уравнения регрессии для боевого потенциала мотострелкового батальона (БМП)

График уравнения регрессии для боевого потенциала по образцу 3 является практически горизонтальной прямой, которая объясняется незначительным отличием боевого потенциала нового, модернизируемого и штатного образцов ВВТ. Однако стоимость данных образцов отличается друг от друга гораздо в большей степени, чем их боевые потенциалы.

Проверка общего качества оценочных регрессий показала, что значения коэффициентов детерминации представленных уравнений регрессии, рассчитанные по формуле (5) превышают уровень 0,8, что свидетельствует об адекватности полученных регресси-

онных зависимостей результатам эксперимента.

Применение метода оптимального планирования вычислительного эксперимента при моделировании технического обеспечения войск позволяет значительно сократить число формируемых вариантов ТО. При этом обеспечивается достаточно высокая адекватность полученных регрессионных зависимостей показателей эффективности от управляющих параметров.

Предлагаемый метод планирования вычислительного эксперимента может быть использован в системах информационной поддержки принятия решений в задачах военного планирования.

Список использованных источников

1. Буравлев А.И., Пьянков А.А. Модель технического обеспечения войск. // Электронный научный журнал «Вооружение и экономика». – 2010 г. – №2(10).
2. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория случайных процессов и ее инженерные приложения. – М.: Наука, 1991.
3. Ермаков С.М., Жиглявский А.А. Математическая теория оптимального эксперимента. – М.: Наука, 1987.
4. Денисов В.И., Попов А.А. Пакет программ оптимального планирования эксперимента – М.: Финансы и статистика, 1986.
5. Салманов О.Н. Математическая экономика с применением Mathcad и Excel. – СПб.: БХВ-Петербург, 2003.