

Аверкиев Н.Ф., доктор технических наук,
профессор
Булекбаев Д.А., кандидат технических
наук, доцент

Задача синтеза экономических трасс запуска космических аппаратов

Статья посвящена решению актуальной задачи синтеза трассы запуска космического аппарата на целевую орбиту. При выборе оптимизируемого функционала предлагается перейти к минимизации затрат на выведение одного килограмма полезного груза на орбиту. Ограничениями выступают условия обеспечения выведения на орбиту космического аппарата заданной массы при соблюдении требований к уровню риска вдоль трассы запуска. Задача формализована и сведена к стандартной задаче оптимального управления с ограничениями.

Эксплуатируемая в настоящее время ракетно-космическая техника представляет собой реальную угрозу жизни и деятельности человека, так как используются токсичные и взрывоопасные компоненты ракетного топлива (КРТ), а надежность ракет космического назначения (РКН) относительно низкая. В различные годы, согласно статистике, от 5 до 10 процентов всех пусков РКН заканчивалось аварийно. В результате таких аварий происходит засорение территорий регионов фрагментами конструкций (ФК) и загрязнение окружающей среды проливами невыработанных КРТ. Аварийное падение РКН и ее ФК ведет к ответственности за наносимый ущерб и к необходимости выплаты компенсаций, что влияет на среднюю стоимость выведения одного килограмма полезного груза на орбиту.

Эксплуатируемые в настоящее время трассы пусков РКН имеют следующие особенности:

- большую протяженность на поверхности Земли и акваторий морей и океанов;
- неравномерную плотность распределения населения и объектов хозяйственной деятельности человека вдоль трассы полета РКН;
- непрогнозируемый характер перемещения отдельных людей, машин и механизмов (пешеходы, транспорт, сельхозмашины и т.п.);

- наличие объектов хозяйственной деятельности человека вдоль трассы полета РКН с различной стоимостью и защищенностью;
- наличие вдоль трассы полета РКН жизненно важных природных ресурсов (реки, озера, леса и т.п.);
- большие затраты на ликвидацию последствий отдельных аварий.

Практика запусков космических аппаратов (КА) свидетельствует о неравномерности возникновения аварийных ситуаций на интервале полета РКН. В качестве примера на рисунке 1 приведены статистические данные и зависимости вероятности и плотности распределения отказов от времени полета РКН «Союз» (742 пуска, 18 отказов) [1]. Из рисунка следует, что вероятность и плотность распределения отказов по времени полета имеют три выраженных максимума:

- на начальном участке полета первой ступени (до ~ 54 с);
- в момент окончания работы первой ступени и ее отделения (118-124 с);
- в момент окончания работы и отделения второй и начала работы третьей ступени (286-289 с).

Данные интервалы в сумме составляют ~ 63 с или 12% времени полета, а на них приходится ~ 77% возможных отказов.

Статистические данные возникновения аварий РКН и характеристики эксплуатируе-

мых трасс запуска КА делают актуальной задачу синтеза оптимальных программ управления движением РКН на активном участке траектории (АУТ), учитывающих требования безопасности и обеспечивающих минимальную стоимость выведения КА с учетом прогнозируемых затрат на восстановление непреднамеренного ущерба при аварийных пусках. Для корректной формализации этой задачи необходимо разработать математические модели и алгоритмы, адекватно описывающие:

- процессы движения РКН на АУТ и ФК на пассивном участке траектории (ПУТ), разрушения конструкции, рассеивания точек падения РКН и ФК на поверхности Земли и акваторий морей и океанов;
- показатели риска для населения вдоль трассы полета РКН, ущерба, наносимого объектам хозяйственной деятельности человека и жизненно важным природным ресурсам, затрат на ликвидацию последствий аварий.

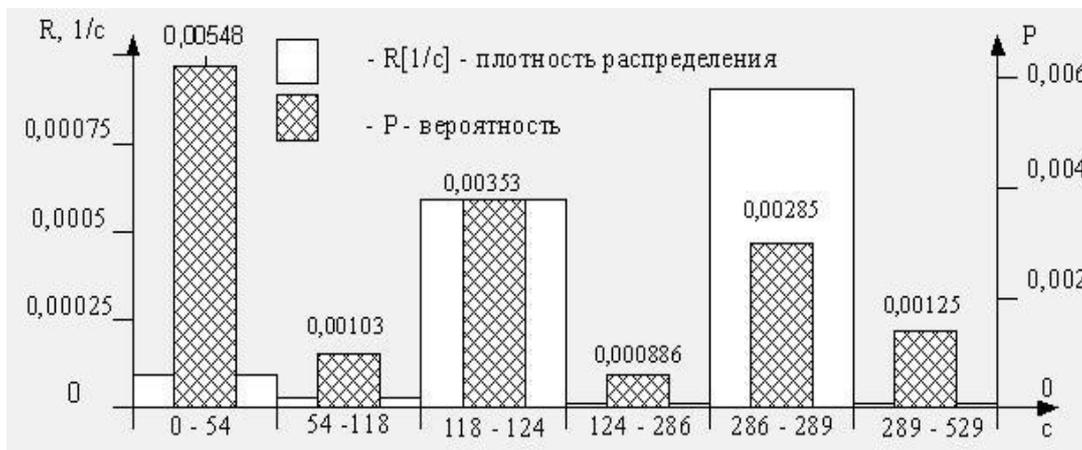


Рисунок 1 – Распределение аварий по времени полета РКН типа «Союз»

Многие из перечисленных моделей и алгоритмов известны и описаны в научно-технической литературе [1-3]. Однако при решении ряда задач они требуют дополнительной детализации, учета связей и факторов, влияющих на процессы аварийного падения РКН и ее ФК.

В связи с особенностями трасс запуска КА представляет интерес следующая постановка задачи синтеза программы движения РКН.

Пусть в общем случае текущие координаты РКН меняются во времени согласно системе дифференциальных уравнений движения

$$\dot{x}_i = f_i(\bar{x}, \bar{u}, t), \quad i=1, \dots, n, \quad (1)$$

где $f_i(\bar{x}, \bar{u}, t)$ – функции \bar{x} , времени t и r -мерного вектора управления

$$\bar{u} = [u_1, u_2, \dots, u_r]^T \in U;$$

\bar{x} – вектор фазовых координат, характеризующий положение объекта с течением времени;

U – множество допустимых управлений \bar{u} .

И пусть в случае выключения двигательной установки (ДУ) в любой момент времени $\tau \in [t_0, t_g]$ (момент наступления аварии, отделения отработавшей ступени, хвостового отсека или головного обтекателя) координаты точки падения РКН или ФК на поверхности Земли $\bar{x}^* \in X^*$ можно определить при помощи следующих функциональных связей

$$x_j^* = F_j(\bar{x}, \dot{\bar{x}}, \tau), \quad j=1, \dots, m, \quad (2)$$

где $F_j(\bar{x}, \dot{\bar{x}}, \tau)$ – функции фазовых координат \bar{x} и скоростей $\dot{\bar{x}}$ для момента выключения ДУ t^* ;

t_g – момент времени, после которого РКН и ее составные части выходят на одновитковую орбиту;

m – размерность вектора \bar{x}^* .

Если задано начальное состояние объекта (точка старта)

$$\bar{x}(t_0) = \bar{x}_0 \quad (3)$$

и функции управления $\bar{u}(t)$, то при предположении, что функции $f_i(\bar{x}, \bar{u}, t), i=1, \dots, n$ непрерывны по совокупности \bar{x} и \bar{u} , непрерывно дифференцируемы по \bar{x} и функции $\bar{u}(t)$ измеримые и ограниченные, решение системы уравнений (1) однозначно определяет траекторию движения объекта $\bar{x}(t)$, которая называется фазовой траекторией.

Пусть, кроме того, задана конечная точка управления (параметры орбиты КА)

$$\bar{x}(t_k) = \bar{x}_k, \quad (4)$$

и получены все возможные управления $\bar{u}(t)$ для всех $t \in [t_0, t_k]$, такие, что траектория $\bar{x}(t)$ проходит в момент времени t_k через точку \bar{x}_k и удовлетворяет ограничениям, налагаемым на траекторию выведения КА на орбиту. Среди этих управлений необходимо найти одно управление, для которого некоторый функционал J принимает экстремальное значение.

Введем систему оценивающих показателей:

1. Масса выводимого РКН полезного груза на орбиту

$$m_{KA} = \int_{t_0}^{t_k} \dot{m}(\bar{x}, \bar{u}) dt. \quad (5)$$

2. Риск для населения вдоль трассы пуска (число поражений) при возникновении аварии РКН в момент времени τ

$$R = R(\bar{x}^*, Z, \tau), \quad (6)$$

где $Z \in X^*$, $Z = [\bar{z}_1, \bar{z}_2, \dots, \bar{z}_N]$ – матрица, строками которой являются координаты нахождения человека вдоль трассы пуска РКН (в общем случае носящие случайный характер),

N – количество людей в опасной зоне.

3. Риск нанесения непреднамеренного ущерба объектам жизнедеятельности человека (здания, сооружения, путепроводы, водоемы, леса и т.п.) РКН или ее ФК при возникновении аварии в момент времени τ

$$R_0 = R_0(\bar{x}^*, Y, \tau), \quad (7)$$

где Y – кортеж, элементами которого являются каталогизированные объекты жизнедеятельности человека, их координаты, размеры, степень защищенности и важности.

С физической точки зрения выведение КА на орбиту сопряжено с движением РКН на АУТ и полетом ФК (отработавшие ступени, хвостовой отсек, головной обтекатель, баки и др.) и самой РКН на ПУТ. Будем предполагать, что при этом РКН и ее ФК движутся по баллистической траектории. Для невозмущенного движения существует функциональная связь между параметрами движения РКН $\bar{x}(\tau)$ в момент времени τ и точкой падения ФК и самой РКН на поверхность Земли \bar{x}^* , а, следовательно, с показателем риска для населения вдоль трассы пуска R и с показателем риска нанесения непреднамеренного ущерба объектам жизнедеятельности человека R_0 .

Введем следующие понятия:

1. Ценовой эквивалент затрат на восстановление непреднамеренного ущерба, который может быть нанесен объектам жизнедеятельности человека в процессе запуска КА, определяемый как $C = \mu(R_0)$, где μ – функция пересчета наносимого непреднамеренного ущерба объектам жизнедеятельности человека при аварийных пусках РКН в денежный эквивалент;

2. Ценовой эквивалент выведения одного килограмма полезного груза на орбиту РКН без учета затрат на восстановление вероятного непреднамеренного ущерба $C_0 = \chi(s)$, где χ – известный оператор соответствия стоимости выведения одного килограмма выводимого полезного груза на опорную орбиту заданному s -му типу РН.

Пример графического представления ценового эквивалента непреднамеренного ущерба C представлен на рисунке 2. Здесь B и L – текущие геодезические широта и долгота соответственно, O_c – точка старта РКН.

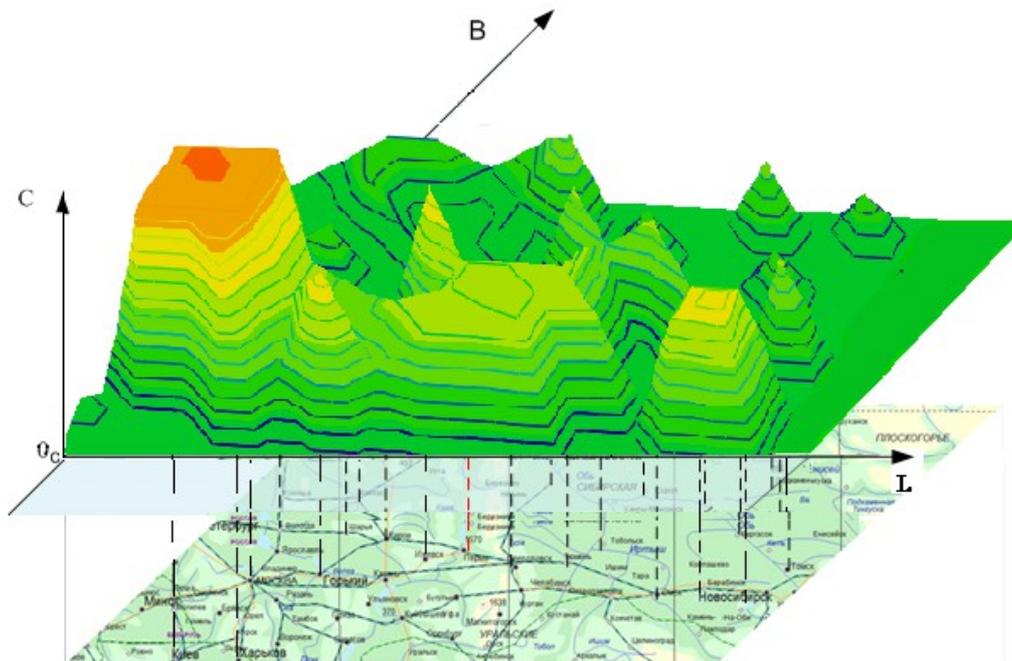


Рисунок 2 – Графическое представление ценового эквивалента непреднамеренного ущерба

Будем считать, что время наступления аварии является случайной величиной $\hat{\tau}$ с плотностью распределения, представленной на рисунке 1.

Тогда для какой-то реализации траектории полета РКН $\bar{x}(t) \in X$ при выбранном управлении $\bar{u} \in U$ и времени наступления аварии $\tau \in [t_0, t_g]$ можно рассчитать показатели m ($\tau \notin [t_0, t_k]$ – отсутствие аварии), R и R_0 , а, следовательно, и показатель C . Реальная стоимость выведения одного килограмма полезного груза с учетом затрат на восстановление вероятного непреднамеренного ущерба в этом случае будет определяться следующим соотношением

$$C_{\Sigma} = C_0 + \frac{C}{m}. \quad (8)$$

Проведя статистическое моделирование момента времени наступления аварии на траектории полета РКН $\bar{x}(t) \in X$ в соответствии с заданным законом распределения случайной величины $\hat{\tau} \in [t_0, t_k]$, можно получить характеристики показателя C_{Σ} (например, математическое ожидание и СКО оценки C_{Σ}).

Обобщая вышесказанное, можно предложить следующие виды оптимизирующих

функционалов J для синтеза программ управления движением РКН на АУТ:

$$1. J_c = \min_{\bar{u} \in U, \bar{x} \in X, m \geq m^D, R \leq R^D} \bar{C}_{\Sigma}(\bar{x}, \bar{u}, \bar{x}^*, Y, \tau) \quad \text{–}$$

максимальный выводимый полезный груз на орбиту с учетом ограничений на параметры движения $\bar{x} \in X$ и управление $\bar{u} \in U$ РКН, а также на допустимые уровни риска для человека и его объектов жизнедеятельности $R \leq R^D$ и $R_0 \leq R_0^D$;

$$2. J_p = \min_{\bar{u} \in U, \bar{x} \in X, m \geq m^D, R \leq R^D} P(\bar{x}, \bar{u}, \bar{x}^*, Y, \tau) \quad \text{–}$$

минимальная вероятность нанесения непреднамеренного ущерба при ограничениях на параметры движения $\bar{x} \in X$ и управление $\bar{u} \in U$ РКН, а также на допустимую массу выводимого полезного груза $m \geq m^D$ и допустимый уровень риска для человека $R \leq R^D$;

$$3. J_c = \min_{\bar{u} \in U, \bar{x} \in X, m \geq m^D, R \leq R^D} \bar{C}_{\Sigma}(\bar{x}, \bar{u}, \bar{x}^*, Y, \tau) \quad \text{–}$$

минимальное значение математического ожидания \bar{C}_{Σ} стоимости выведения одного килограмма полезного груза с учетом затрат на восстановление вероятного непреднамеренного ущерба при ограничениях на параметры движения $\bar{x} \in X$ и управление $\bar{u} \in U$ РКН, а также на допустимую массу выводимо-

го полезного груза $m \geq m^D$ и допустимый уровень риска для человека $R \leq R^D$.

Таким образом, задача синтеза программы движения РКН сведена к стандартной математической постановке задачи поиска оп-

тимального управления с ограничениями. Методы решения данных задач известны, а найденные решения позволят построить экономичные трассы выведения КА на целевую орбиту.

Список использованных источников

1. Агапов И.В., Шатров Я.Т. Учет показателей безопасности при выборе трасс пусков ракет-носителей и районов падения их отделяющихся частей // Космонавтика и ракетостроение. – 1999. – № 15. – С. 49-57.
2. Куреев В.Д. Введение в теорию синтеза траекторий безопасного выведения космических аппаратов на орбиты. – СПб.: ВИКУ, 1999. – 111 с.
3. Аверкиев Н.Ф. Синтез оптимального управления движением динамической системы // Известия высших учебных заведений: Приборостроение. – 2001. – № 8. – С. 21-25.