

Ю.Л.Козирацкий, доктор технических наук, профессор
А.В.Иванцов, кандидат технических наук

Оценка оперативности выполнения противником циклических задач поражения в условиях противодействия его техническим средствам разведки

При оценке эффективности противодействия техническим средствам разведки важно учитывать его вклад в конечную эффективность системы поражения, в интересах которой функционирует система разведки, определяемую математическим ожиданием времени поражения объектов противостоящей стороны, а также дисперсией этого времени. Разработана методика определения среднего времени поражения, позволяющая оценивать оперативность поражения объектов с учетом вероятностно-временных показателей эффективности процесса разведки. Показано, что среднее время поражения при больших значениях вероятности правильного обнаружения определяется средним временем выполнения задачи разведки. При уменьшении вероятности правильного обнаружения до 0,4 и ниже среднее время поражения резко возрастает.

При оценке мероприятий и средств противодействия техническим средствам разведки (ПД ТСР) противника в качестве показателей эффективности противодействия различным видам технических разведок рассматриваются, как правило, показатели информационного уровня, позволяющие оценивать эффекты, возникающие в результате противодействия. Как известно, эти эффекты носят вероятностно-временной характер, то есть проявляются в снижении вероятностных показателей функционирования системы разведки или увеличении времени, необходимого для выполнения задачи разведки.

Однако при обосновании требований к средствам и способам ПД ТСР противника необходимо оценивать влияние исследуемых средств и способов на конечную эффективность системы поражения, в интересах которой функционирует система разведки.

На практике при исследовании процессов, связанных с ведением разведки и комплексного (радиоэлектронного и огневого) поражения, а также с ведением защитных действий от разведки и поражения возникает необходи-

мость в определении показателей, отражающих оперативность достижения поставленной цели. Кроме того, актуальным является количественная оценка хода и исхода циклических информационных процессов, когда предыдущий цикл связан с последующим информационным циклом через некоторый процесс поражения, эффективность которого зависит от характеристик предыдущего цикла, а наступление последующего информационного цикла связано с исходом поражения [1]. Одним из ключевых показателей, определяющих эффективность выполнения системой комплексного (огневого и радиоэлектронного) поражения своих задач, является математическое ожидание времени, затрачиваемого на поражение объектов противостоящей стороны [1], а также дисперсия этого времени.

Рассмотрим процесс поражения противником объекта нашей стороны, выделив входящие в него процессы выполнения задач разведки и комплексного воздействия, который можно представить в форме передаточных функций, показанный на рисунке 1.

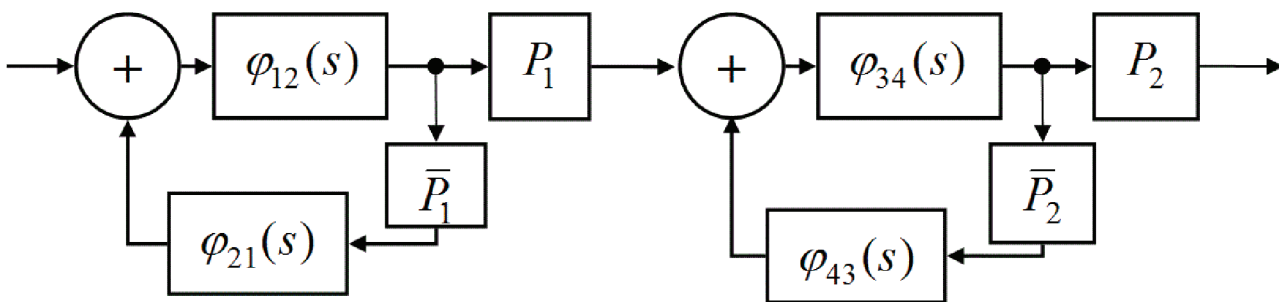


Рисунок 1 – Модель процесса поражения в форме передаточных функций: $\phi_{12}(s)$ – плотность вероятности времени выполнения задачи разведки; $\phi_{21}(s)$ – плотность вероятности времени возвращения системы разведки в исходное состояние; $\phi_{34}(s)$ – плотность вероятности времени выполнения задачи комплексного воздействия; $\phi_{43}(s)$ – плотность вероятности времени приведения системы воздействия в исходное состояние; P_1 – вероятность правильного обнаружения цели при наступлении контакта с целью; $\bar{P}_1=1-P_1$; P_2 – вероятность успешного воздействия; $\bar{P}_2=1-P_2$

Применительно к передаточным функциям, представленным на рисунке 1, можно записать:

$$H_1(s) = \frac{P_1 \phi_{12}(s)}{1 - \bar{P}_1 \phi_{12}(s) \phi_{21}(s)}; \quad (1)$$

$$H_2(s) = \frac{P_2 \phi_{34}(s)}{1 - \bar{P}_2 \phi_{34}(s) \phi_{43}(s)}. \quad (2)$$

Функция $H_1(s)$ описывает в форме преобразования Лапласа циклический процесс разведки. За один цикл принимается переход $1 \rightarrow 2 \rightarrow 1$. Длительность цикла характеризуется произведением $\phi_{12}(s) \cdot \phi_{21}(s)$, а результативность разведки характеризуется условной вероятностью P_1 .

Функция $H_2(s)$ описывает последующий этап, этап воздействия. Очевидно, что этап воздействия наступает после принятия решения об обнаружении цели. Произведение $\phi_{34}(s) \cdot \phi_{43}(s)$ характеризует, в форме преобразования Лапласа, длительность цикла воздействия (подготовки), а вероятность P_2 определяет эффективность воздействия. Последовательность рассматриваемых этапов позволяет представить процесс поражения в целом в виде равенства

$$H_{\Sigma}(s) = H_1(s) \cdot H_2(s). \quad (3)$$

Среднее время разведки объекта (\bar{T}_p), подлежащего поражению, определяем исходя

из свойств преобразования Лапласа, которое позволяет записать

$$\frac{d\phi(s)}{ds^k} = (-1)^k \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} t^k \phi(t) e^{-st} dt. \quad (4)$$

Следовательно,

$$\bar{T}_p = - \left. \frac{dH_1(s)}{ds} \right|_{s=0}, \quad (5)$$

а среднее время воздействия по объекту, после его обнаружения

$$\bar{T}_B = - \left. \frac{dH_2(s)}{ds} \right|_{s=0}. \quad (6)$$

Дисперсии времени обнаружения и воздействия (после обнаружения):

$$\sigma_{TP}^2 = \frac{d^2 H_1(s)}{ds^2} - \left(\frac{-dH_1(s)}{ds} \right)^2 \Bigg|_{s=0}; \quad (7)$$

$$\sigma_{TB}^2 = \frac{d^2 H_2(s)}{ds^2} - \left(\frac{-dH_2(s)}{ds} \right)^2 \Bigg|_{s=0}; \quad (8)$$

В свою очередь, среднее время поражения объекта, включающего длительность процессов обнаружения и последующего комплексного воздействия, описывается выражением

$$\bar{T}_n = - \left. \frac{dH_{\Sigma}(s)}{ds} \right|_{s=0}, \quad (9)$$

а дисперсия времени поражения

$$\sigma_{T_{\Sigma}}^2 = \frac{d^2 H_{\Sigma}(s)}{ds^2} - \left(-\frac{dH_{\Sigma}(s)}{ds} \right)^2 \Big|_{s=0}. \quad (10)$$

Применяя к (1) и (2) z-преобразование [2], найдем

$$H_1(z_1, s) = \frac{P_1 \phi_{12}(s)}{1 - z_1 \bar{P}_1 \phi_{12}(s) \phi_{21}(s)}; \quad (11)$$

$$H_2(z_2, s) = \frac{P_1 \phi_{12}(s)}{1 - z_2 \bar{P}_1 \phi_{12}(s) \phi_{21}(s)}. \quad (12)$$

Используя (11) и (12), с учетом обратного z-преобразования [2] определим вероятность того, что объект будет поражен к моменту времени t , при этом система осуществит n_1 циклов разведки и n_2 циклов воздействия. Если начальное состояние, по отношению к выражениям (1) и (2), соответствует исходному состоянию, когда система подготовлена к ведению разведки, то искомая вероятность может быть представлена в виде

$$P(n_1, n_2, t) = L_s^{-1} \left\{ P_1 \phi_{12}(s) (\bar{P}_1 \phi_{12}(s) \phi_{21}(s))^{n_1} \times P_2 \phi_{34}(s) (\bar{P}_2 \phi_{34}(s) \phi_{43}(s))^{n_2} \right\}. \quad (13)$$

Рассмотрим часто встречающийся на практике пример, когда плотности вероятности ϕ_{12} , ϕ_{21} , ϕ_{34} и ϕ_{43} подчинены экспоненциальному закону распределения. Тогда в форме преобразования Лапласа указанные плотности вероятности могут быть представлены в виде:

$$\phi_{12}(s) = \frac{\lambda_{12}}{\lambda_{12} + s}; \quad \phi_{21}(s) = \frac{\lambda_{21}}{\lambda_{21} + s}; \quad (14)$$

$$\phi_{34}(s) = \frac{\lambda_{34}}{\lambda_{34} + s}; \quad \phi_{43}(s) = \frac{\lambda_{43}}{\lambda_{43} + s}.$$

Используя рекомендации, изложенные в [1], можно записать выражения для определения интенсивностей наступления контакта с целью и возвращения в исходное состояние:

$$\lambda_{12} = \frac{1}{\bar{T}_{12}}; \quad \lambda_{21} = \frac{1}{\bar{T}_{21}}; \quad \lambda_{34} = \frac{1}{\bar{T}_{34}}; \quad \lambda_{43} = \frac{1}{\bar{T}_{43}} \quad (15)$$

$$H_{\Sigma}(s) = H_1(s) \cdot H_2(s) = \frac{P_1 \lambda_{12} \lambda_{21} + P_1 \lambda_{12} s}{s^2 + s(\lambda_{12} + \lambda_{21}) + P_1 \lambda_{12} \lambda_{21}} \cdot \frac{P_2 \lambda_{34} \lambda_{43} + P_2 \lambda_{43} s}{s^2 + s(\lambda_{34} + \lambda_{43}) + P_2 \lambda_{34} \lambda_{43}} \quad (19)$$

Соответственно,

где \bar{T}_{12} , \bar{T}_{21} , \bar{T}_{34} , \bar{T}_{43} – соответствующие средние времена.

Как видно из рисунка 1, типовым элементом модели является элемент передаточного звена с положительной обратной связью. Передаточная функция такого элемента (например, для процесса разведки) при экспоненциальном распределении времен выполнения задачи разведки и возвращения системы разведки в исходное состояние в форме преобразования Лапласа определяется выражением

$$H_1(s) = \frac{P_1 \phi_{12}(s)}{1 - \bar{P}_1 \phi_{12}(s) \phi_{21}(s)} = \frac{P_1 \lambda_{12} \lambda_{21} + P_1 \lambda_{12} s}{s^2 + s(\lambda_{12} + \lambda_{21}) + P_1 \lambda_{12} \lambda_{21}} \quad (16)$$

Среднее время успешного выполнения задачи разведки определим, используя (5):

$$\bar{T}_p = -\frac{dH_1(s)}{ds} \Big|_{s=0} = \frac{\lambda_{21} + \lambda_{12} - P_1 \lambda_{12}}{P_1 \lambda_{12} \lambda_{21}} = \frac{\bar{T}_{12} + \bar{P}_1 \bar{T}_{21}}{P_1} \quad (17)$$

Соответственно, используя (7), найдем дисперсию времени выполнения задачи разведки:

$$\sigma_{T_p}^2 = \left\{ \frac{d^2 H_1(s)}{ds^2} - \left(-\frac{dH_1(s)}{ds} \right)^2 \right\} \Big|_{s=0} = \left[\frac{[(\lambda_{12} + \lambda_{21}) - 2] (\lambda_{12} + \lambda_{21})(2 - \lambda_{21})}{P_1 \lambda_{12} \lambda_{21}^2} - \frac{P_1^2 \lambda_{12}^2 \lambda_{21}^3}{P_1^2 \lambda_{12}^2 \lambda_{21}^3} \right] - \left[\frac{\lambda_{12} + \lambda_{21} - P_1 \lambda_{12}}{P_1 \lambda_{12} \lambda_{21}} \right]^2 \quad (18)$$

Для процесса поражения в целом суммарная передаточная функция в соответствии с (3) в форме преобразования Лапласа будет определяться выражением

$$\frac{dH_{\Sigma}(s)}{ds} = H_2(s) \frac{dH_1(s)}{ds} + H_1(s) \frac{dH_2(s)}{ds}, \tag{20}$$

где

$$\frac{dH_1(s)}{ds} = \frac{P_1 \lambda_{12} (s^2 + s(\lambda_{12} + \lambda_{21}) + P_1 \lambda_{12} \lambda_{21}) - (2s + \lambda_{12} + \lambda_{21})(P_1 \lambda_{12} \lambda_{21} + P_1 \lambda_{12} s)}{[s^2 + s(\lambda_{12} + \lambda_{21}) + P_1 \lambda_{12} \lambda_{21}]^2}; \tag{21}$$

$$\frac{dH_2(s)}{ds} = \frac{P_2 \lambda_{23} (s^2 + s(\lambda_{23} + \lambda_{32}) + P_2 \lambda_{23} \lambda_{32}) - (2s + \lambda_{23} + \lambda_{32})(P_2 \lambda_{23} \lambda_{32} + P_2 \lambda_{23} s)}{[s^2 + s(\lambda_{23} + \lambda_{32}) + P_2 \lambda_{23} \lambda_{32}]^2}. \tag{22}$$

Выражение для определения общего математических преобразований будет иметь вид:

$$\bar{T}_{\Sigma} = - \left. \frac{dH_{\Sigma}(s)}{ds} \right|_{s=0} = \frac{P_1 \lambda_{12} - \lambda_{12} - \lambda_{21}}{P_1 \lambda_{12} \lambda_{21}} + \frac{P_2 \lambda_{34} - \lambda_{34} - \lambda_{43}}{P_2 \lambda_{34} \lambda_{43}} = \frac{1}{P_1 \lambda_{12}} + \frac{1}{P_1 \lambda_{21}} + \frac{1}{P_2 \lambda_{23}} + \frac{1}{P_2 \lambda_{32}} - \frac{1}{\lambda_{21}} - \frac{1}{\lambda_{32}} \tag{23}$$

или, учитывая (15):

$$\bar{T}_{\Sigma} = \frac{\bar{T}_{12} + \bar{P}_1 \bar{T}_{21}}{P_1} + \frac{\bar{T}_{34} + \bar{P}_2 \bar{T}_{43}}{P_2} = \frac{1}{P_1 P_2} [P_2 (\bar{T}_{12} + \bar{P}_1 \bar{T}_{21}) + P_1 (\bar{T}_{23} + \bar{P}_2 \bar{T}_{32})] \tag{24}$$

На рисунке 2 представлены графики зависимости общего среднего времени поражения от вероятности правильного обнаружения

для средних времен $\bar{T}_{12}=1, 2, 4$, $\bar{T}_{21}=1$, $\bar{T}_{43}=1$, $\bar{T}_{34}=1$ и вероятности успешного воздействия $P_2=0,8$ соответственно.

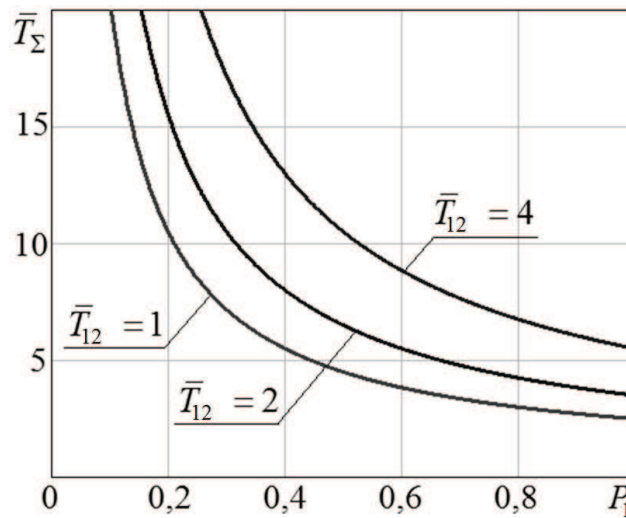


Рисунок 2 – Графики зависимости общего среднего времени поражения от вероятности правильного обнаружения

Анализ графиков, представленных на рисунке 2, позволяет сделать вывод о том, что величина общего среднего времени поражения при значениях вероятности правильного обнаружения $P_1 \geq 0,5$ при фиксированной вероятности успешного воздействия P_2 определяется средним временем выполнения задачи разведки. При уменьшении вероятности правильного обнаружения до 0,4 и ниже

общее среднее время поражения резко возрастает.

Выражение для определения дисперсии общего времени поражения, полученное в соответствии с (10), здесь не приводится из-за его громоздкости.

Графики зависимости дисперсии общего времени поражения от вероятности правильного обнаружения для средних времен

$\bar{T}_{12}=1,2,4$, $\bar{T}_{21}=1$, $\bar{T}_{43}=1$, $\bar{T}_{34}=1$ и вероятности успешного воздействия $P_2=0,8$ соответственно представлены на рисунке 3.

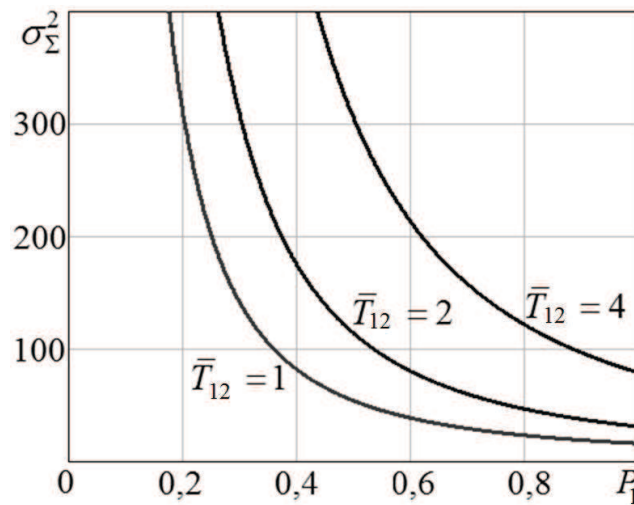


Рисунок 3 – График зависимости дисперсии общего времени поражения от вероятности правильного обнаружения

Анализ графиков, представленных на рисунке 3, показывает аналогичную картину резкого возрастания дисперсии при малых значениях вероятности правильного обнаружения.

На основании представления процессов разведки и воздействия в виде ориентированных графов состояния, отражающих цикличность каждого, и описания этих процессов в виде прямых интегро-дифференциальных уравнений получена модель поражения в виде передаточных функций. Использование положительной обратной связи обеспечивает строгий учет влияния цикличности. Представление в отдельности процессов разведки и воздействия в виде передаточных функций позволяет весьма обоснованно сформировать модель сложных многоэтапных процессов с

различными структурами и внутренними взаимосвязями. Используя свойства прямых интегро-дифференциальных уравнений, метод характеристических функций и подобие действий в процессе преобразования Лапласа, разработана методика определения среднего времени поражения, позволяющая оценивать оперативность поражения объектов с учетом вероятностно-временных показателей эффективности процесса разведки.

Показано, что общее среднее время поражения для больших значений вероятности правильного обнаружения определяется средним временем выполнения задачи разведки. При уменьшении вероятности правильного обнаружения до 0,4 и ниже общее среднее время поражения резко возрастает.

Список использованных источников

1. Модели информационного конфликта средств поиска и обнаружения / Под ред. Козирацкого Ю.Л. – М.: Радиотехника, 2013. – 232 с.
2. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. – М.: Наука, 1974. – 832 с.
3. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория вероятностей и ее инженерные приложения. – М.: Наука, 1988. – 480 с.