

А.И.Буравлев, доктор технических наук,  
профессор

## Марковская модель восстановления вооружения и военной техники в новой системе технического обслуживания и ремонта

*В статье рассмотрена модель двухуровневой системы технического обслуживания и ремонта вооружения и военной техники (ВВТ) в рамках новой организационной структуры системы материально-технического обеспечения Вооруженных сил РФ. В основе предлагаемой модели использованы аналитические модели массового обслуживания с нестационарными потоками заявок. В рамках этих моделей решены задачи оптимального проектирования системы технического обеспечения и ремонта, обеспечивающие минимальную стоимость системы при заданной вероятности выполнения технического обслуживания и ремонта ВВТ.*

### Введение

В соответствии с концепцией новой системы технического обслуживания и ремонта (ТОиР) восстановление ВВТ в Вооруженных Силах РФ будет производиться как силами войсковых ремонтных подразделений, так и силами центров ОАО «Оборонсервис» и промышленности. Восстановление ВВТ в объеме текущего ремонта предполагается осуществлять непосредственно в войсках, а средний и капитальный ремонт ВВТ – в подразделениях и центрах ТОиР «Оборонсервис» и на предприятиях промышленности.

При реализации данной организационной схемы возникает задача оценки мощностей войсковых ремонтных подразделений и ремонтных подразделений ОАО «Оборонсервис» в интересах обеспечения требуемой боеготовности и боеспособности войсковых частей при проведении военных операций различного масштаба. С этой целью в данной работе рассматривается модель двухуровневой системы восстановления ВВТ, включающая органы войскового ремонта и заводского ремонта (ремонта в сервисных центрах и заводах промышленности). В основе предлагаемой модели используются аналитические модели систем массового обслуживания, ин-

терес к которым вновь стал возрастать в последнее время [1, 2].

В рамках новой системы ТОиР система восстановления ВВТ имеет двухуровневую структуру. Первый уровень системы восстановления (рисунок 1) включает в себя ремонтные подразделения войсковых частей и ремонтно-восстановительные батальоны оперативно-тактических командований.

Каждая войсковая часть (бригада, авиабаза, полк) имеет в своем составе ремонтное подразделение (ПТОР, ТЭЧ, ПАРМ), осуществляющее мелкий и текущий ремонт ВВТ агрегатным методом. Образцы ВВТ, требующие значительных трудозатрат, направляются в восстановительно-ремонтный батальон или приравненное к нему ремонтное подразделение. В составе оперативно-стратегического командования могут формироваться восстановительно-ремонтные батальоны комплексного ремонта ВВТ.

Второй уровень системы восстановления включает технические центры «Оборонсервис» и предприятия промышленности.

Для усиления сил и средств войсковых ремонтных подразделений используются выездные ремонтные бригады (ВРБ) сервисных центров «Оборонсервис».

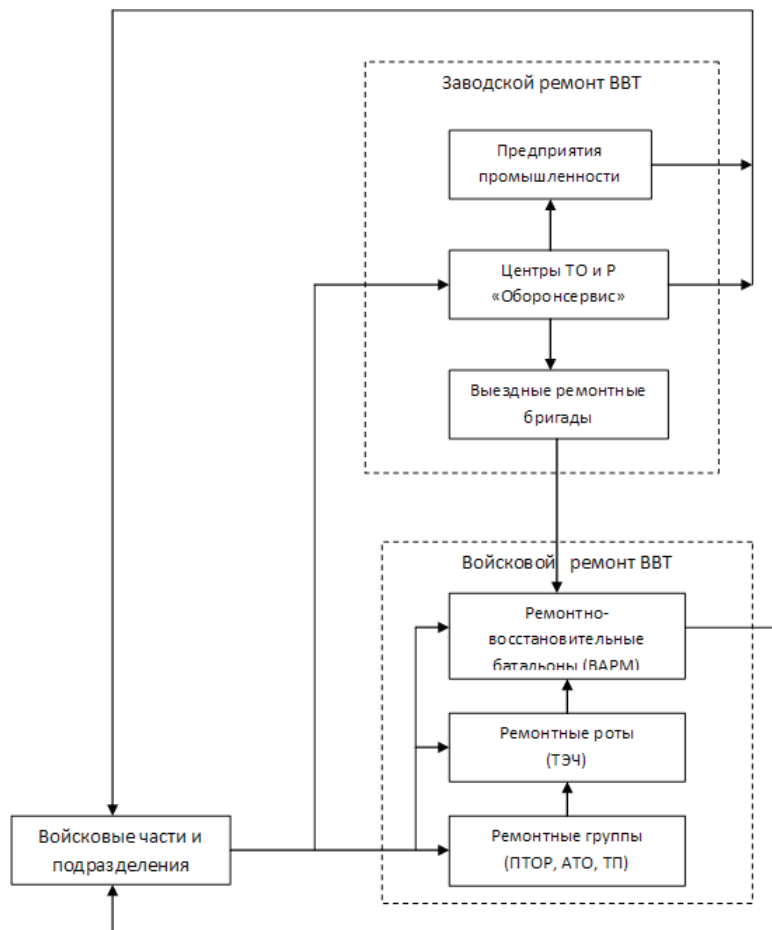


Рисунок 1 – Структурная схема взаимодействия войсковых и заводских органов ремонта ВВТ

**1. Марковская модель войскового ремонта первого уровня**

Представим систему войскового ремонта первого уровня как систему массового обслуживания (СМО) с ограниченным числом каналов и накопителем необслуженных заявок. Каждый канал обслуживания представляет собой ремонтное подразделение первого уровня (АТО, ПТОР, ТЭЧ). На вход СМО поступает поток заявок на ремонт с интенсивностью  $\lambda(t)$ , соответствующий текущему ремонту ВВТ. Каждый канал может обслуживать

только одну заявку. Ремонт выполняется с интенсивностью  $\mu(t)$ . Потоки заявок и обслуживания в общем случае могут быть нестационарными и неординарными, но с отсутствием последствия [3, 4]. После восстановления изделие направляется в боевые подразделения. Необслуженные заявки направляются в накопитель, где ожидают своего обслуживания. Накопитель может иметь ограниченное число мест ожидания.

На рисунке 2 показан граф многоканальной СМО с накопителем.

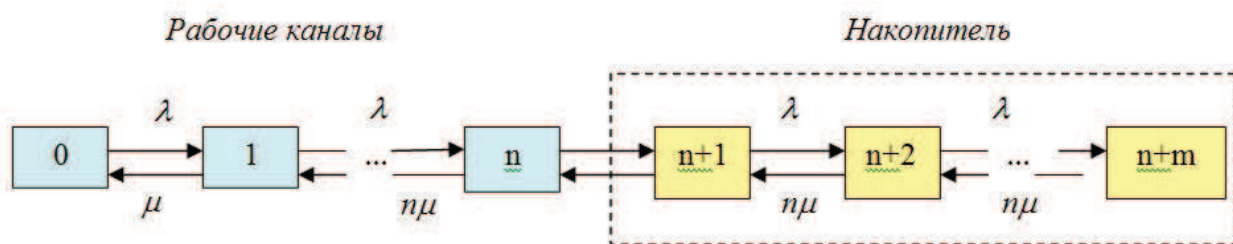


Рисунок 2 – Граф многоканальной СМО с накопителем

Номера состояний СМО означают:

0 – все каналы обслуживания свободны;  
 1 – один канал занят обслуживанием заявки;  
 n – все рабочие каналы заняты обслуживанием заявок;  
 n+1 – в накопителе находится одна заявка в ожидании обслуживания;  
 n+m – в накопителе находится m заявок в ожидании обслуживания.

Далее для удобства будем обозначать многоканальную систему с n рабочими каналами и m местами в накопителе G(n, m).

Динамика вероятностей состояний СМО P<sub>k</sub>(t) описывается системой дифференциальных уравнений [3,4]:

$$\begin{aligned} \frac{dP_k}{dt} &= -(\lambda + k\mu)P_k + \lambda P_{k-1} + (k+1)\mu P_{k+1}; \\ & 0 \leq k \leq n; \\ \frac{dP_k}{dt} &= -(\lambda + n\mu)P_k + \lambda P_{k-1} + n\mu P_{k+1}; \\ & n < k \leq m. \end{aligned} \tag{1}$$

с начальными условиями:

$$t=0; P_0(0)=1; P_k(0)=0; k=\overline{1, n+m}$$

и условием нормировки  $\sum_{k=0}^{n+m} P_k(t) = 1$ .

Для практических расчетов часто принимается кусочно-постоянная функция интенсивности

$$\mu(t) = \begin{cases} 0, & 0 \leq t < t_{min} \\ \frac{\beta}{T_p}, & t \geq t_{min} \end{cases} \tag{2}$$

где t<sub>min</sub> – минимальное время, в течение которого образец ВВТ, поврежденный по определенному типу, не может быть восстановлен;

T<sub>p</sub> – среднее время восстановления образца;

β ≥ 1 – коэффициент форсирования процесса восстановления.

Минимальное время задержки восстановления образца ВВТ t<sub>min</sub> определяется типом его повреждения. Так, в нормативах по оценке эффективности огневого поражения ВВТ принимаются: t<sub>min</sub><sup>D</sup> = 0,5 часа при поражении образца ВВТ по типу D; t<sub>min</sub><sup>C</sup> = 2...3 часа при

поражении образца по типу C; t<sub>min</sub><sup>B</sup> = 24 часа (1 сутки) при поражении образца по типу B; t<sub>min</sub><sup>A</sup> = 7 суток при поражении образца по типу A.

Коэффициент форсирования β зависит от условий проведения ремонта ВВТ (в полевых условиях, в подвижных или стационарных ремонтных органах).

Для приближенных расчетов нестационарные потоки заявок и обслуживания усредняются на некотором интервале времени T, характеризующем внешние условия функционирования СМО. Например, в качестве такого интервала времени может быть выбран период проведения боевой операции или его отдельные этапы. В этом случае в уравнениях (1) используются средние значения интенсивностей потоков заявок и обслуживаний

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{T} \int_0^T \lambda(t) dt; \quad \bar{\mu} = \frac{1}{T} \int_0^T \mu(t) dt,$$

а модель СМО описывает квазистационарный режим работы ремонтного органа. Данный режим интересен для исследования тем, что для него существует стационарное решение системы уравнений (1). Стационарные вероятности состояний СМО в этом случае определяются известными соотношениями [4]:

$$\begin{aligned} \bar{P}_k &= \frac{\bar{\alpha}^k}{k!} \bar{P}_0, & 0 \leq k \leq n; \\ \bar{P}_k &= \left(\frac{\bar{\alpha}}{n}\right)^{k-n} \bar{P}_n, & n < k \leq m, \end{aligned} \tag{3}$$

где

$$\bar{P}_0 = \frac{1}{\sum_{k=0}^n \frac{\bar{\alpha}^k}{k!} + \frac{\bar{\alpha}^n}{n!} \sum_{k=1}^m \left(\frac{\bar{\alpha}}{n}\right)^k} \tag{4}$$

стационарная вероятность свободного состояния СМО;  $\bar{\alpha} = \frac{\bar{\lambda}}{\bar{\mu}}$  – приведенная средняя интенсивность потока заявок.

Зная стационарные вероятности состояний СМО P<sub>k</sub> можно рассчитать показатели эффективности многоканальной СМО типа G(n, m) [4]:

- вероятность обслуживания заявки: P<sub>обсл</sub> = 1 - P<sub>n+m</sub>;

- интенсивность обслуживания заявок (абсолютная пропускная способность СМО):

$$\bar{\lambda}_{обсл} = \bar{\lambda} P_{обсл};$$

- среднее число занятых каналов:

$$\bar{n}_{обсл} = \bar{\alpha} P_{обсл};$$

- вероятность занятости одного канала

обслуживания:  $\rho = \frac{\bar{n}}{n};$

- вероятность полной занятости СМО:

$$P_{зан} = \sum_{k=1}^n \bar{P}_k;$$

- среднее число заявок в очереди:

$$\bar{m} = \sum_{k=1}^m k \bar{P}_{n+k}.$$

Рассмотренная модель позволяет моделировать процесс восстановления ВВТ в ремонтных органах с любой производственной мощностью, в том числе в динамике функционирования.

Пример 1. Войсковая авиаремонтная мастерская (ВАРМ) авиабазы имеет три технологические линии для проведения ТО и ремонта самолетов. Среднее время выполнения текущего ремонта составляет 6-8 часов. Работа

$$\begin{aligned} \frac{dP_0}{dt} &= -\lambda P_0 + \mu P_1; & \frac{dP_1}{dt} &= -(\lambda + \mu) P_1 + \lambda P_0 + 2\mu P_2; & \frac{dP_2}{dt} &= -(\lambda + 2\mu) P_2 + \lambda P_1 + 3\mu P_3; \\ \frac{dP_3}{dt} &= -(\lambda + 3\mu) P_3 + \lambda P_2 + 3\mu P_4; & \frac{dP_4}{dt} &= -(\lambda + 3\mu) P_4 + \lambda P_3 + 3\mu P_5; \\ \frac{dP_5}{dt} &= -(\lambda + 3\mu) P_5 + \lambda P_4 + 3\mu P_6; & \frac{dP_6}{dt} &= -\mu P_6 + \lambda P_5 \end{aligned} \quad (5)$$

с начальными условиями:

$$\mu(t) = \begin{cases} 0, & t < 8; \\ 0,14, & t \geq 8; \end{cases}$$

$$t=0; P_0(0)=1; P_k(0)=0; k=(\overline{1,6}).$$

Интегрирование данной системы уравнений позволяет определить вероятности состояний ВАРМ и рассчитать основные показатели ее эффективности. На рисунке 3 показана динамика вероятности обслуживания  $P_{обсл}$ , среднего числа занятых технологических по-

ВАРМ осуществляется в две смены в течение 16 часов. В течение суток в ВАРМ в среднем может поступить от трех до пяти самолетов. ВАРМ имеет накопительную площадку для трех самолетов. Требуется оценить эффективность работы ВАРМ по выполнению текущего ремонта авиационной техники.

Решение. Средняя интенсивность поступления самолетов на ремонт в среднем составляет  $\bar{\lambda} = \frac{3+5}{2 \cdot 16} = 0,25 \text{ час}^{-1}$ . Среднее время выполнения ремонта одного самолета равно

$$\bar{t}_p = \frac{6+8}{2} = 7 \text{ час.}$$

При двухсменной работе ВАРМ интенсивность восстановления составит  $\bar{\mu} = \frac{1}{\bar{t}_p} = 0,14 \text{ час.}^{-1}$ . В качестве минимального

времени задержки восстановления самолета примем  $t_{min} = 8 \text{ час.}$  Функция интенсивности восстановления самолета в этом случае будет равна

$$\mu(t) = \begin{cases} 0 \text{ час.}^{-1}, & t < 8 \\ 0,14 \text{ час.}^{-1}, & t \geq 8 \end{cases}$$

Система уравнений динамики вероятностей состояний ВАРМ имеет вид:

токов  $\bar{n}$  и вероятности занятости одной технологического потока  $\rho$  в течение рабочего времени ВАРМ.

Из рисунка видно, что процесс работы ВАРМ к концу рабочего дня приобретает стационарный характер. Вероятность восстановления одного самолета составляет  $P_{обсл} = 0,99$ . Среднее число занятых технологических потоков равно  $\bar{n} = 1,67$ , вероятность занятости одного технологического потока составляет  $\rho = 0,56$ .

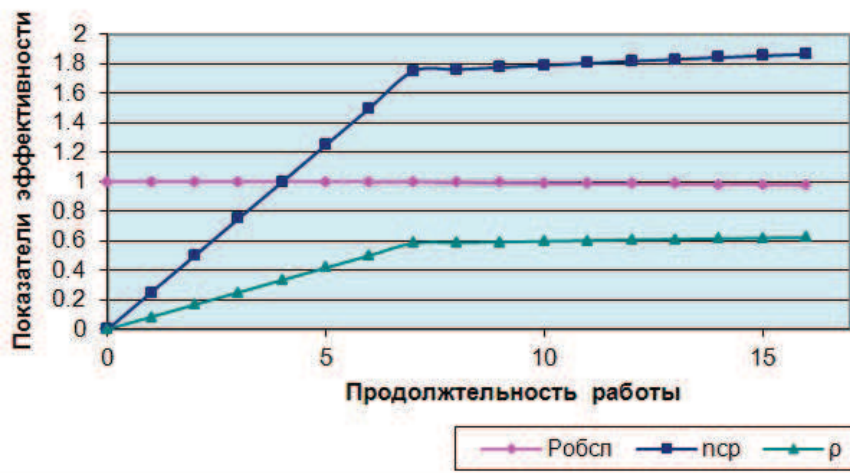


Рисунок 3 – Динамика показателей эффективности ВАРМ

Как следует из расчетов, ВАРМ полностью справляется с выполнением текущего ремонта самолетов при заданных условиях работы. Она загружена чуть более 50% своей производственной мощности. Площадка накопления для размещения самолетов практически свободна, что позволяет принимать дополнительно 2...3 самолета в сутки на ремонт.

Пример 2. В условиях примера 1 требуется оценить предельные возможности ВАРМ.

Решение. Предельные возможности ВАРМ соответствуют установившемуся характеру ее работы. В этом случае для расчета показателей эффективности используем формулы (3), (4) для предельных значений вероятностей состояний СМО.

Рассчитываем среднюю интенсивность восстановления самолета в течение суток  $\bar{\mu} = \frac{0,14 \cdot 16}{24} = 0,105 \text{ час.}^{-1}$  и приведенную среднюю интенсивность заявок  $\bar{\alpha} = \frac{\bar{\lambda}}{\bar{\mu}} = 2,3$ . Для  $n=3$  и  $m=3$  определяем вероятность незагруженного состояния ВАРМ:

$$\bar{P}_0 = \frac{1}{1 + \bar{\alpha} + \frac{\bar{\alpha}^2}{2} + \frac{\bar{\alpha}^3}{6} + \frac{\bar{\alpha}^3}{6} \left[ \frac{\bar{\alpha}}{3} + \left(\frac{\bar{\alpha}}{3}\right)^2 + \left(\frac{\bar{\alpha}}{3}\right)^3 \right]} = 0,16$$

По формулам (3), (4) рассчитываем остальные вероятности состояний ВАРМ и заносим их в таблице 1.

По данным таблицы 1 рассчитываем показатели эффективности ВАРМ:

- вероятность обслуживания заявки:  $P_{обсл} = 1 - \bar{P}_{n+m} \approx 0,92$  ;
- среднее число занятых каналов:  $\bar{n}_{обсл} = \bar{\alpha} P_{обсл}$  ;
- вероятность занятости одного канала обслуживания:  $\rho = \frac{\bar{n}}{n} = 0,67$  ;
- вероятность полной занятости СМО:  $P_{зан} = \sum_{k=1}^n \bar{P}_k \approx 0,52$  ;
- среднее число заявок в очереди:  $\bar{m} = \sum_{k=1}^m k \bar{P}_{n+k} = 0,6$  .

Из полученных результатов видно, что в предельном случае ВАРМ также успешно справляется со своими задачами по восстановлению самолетов. При этом ее загрузка составляет не более 70% своей производственной мощности. Площадка накопления самолетов занята только на треть и позволяет принимать дополнительно два самолета в сутки на ремонт.

В работе [5] рассмотрена модель СМО для случая, когда поток заявок и поток обслуживания имеет разрывные функции интенсивности потоков (рисунок 4).

Таблица 1 – Вероятности состояний ВАРМ

Номер состояния	0	1	2	3	4	5	6
Предельная вероятность состояния	0,09	0,2	0,23	0,17	0,13	0,1	0,08

В этом случае процесс обслуживания заявок имеет существенно нестационарный и колебательный характер, который в значительной степени влияет на показатели эффективности об-

служивания. Несмотря на небольшие технические трудности, моделирование таких СМО вполне возможно в рамках марковской модели.

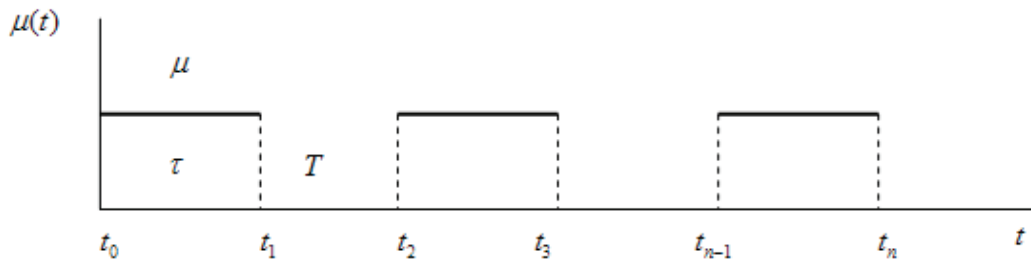


Рисунок 4 – График импульсной функции интенсивности потока обслуживания

**2. Сравнение эффективности многоканальной системы ТО и Р с эффективностью нескольких одноканальных систем**

При организации войсковой системы ТО и Р неизбежно возникает вопрос: какая из организационных схем эффективнее: одна

многоканальная система ТО и Р или несколько одноканальных, параллельно работающих систем. Для ответа на этот вопрос исследуем эффективность одноканальных систем ТО и Р, осуществляющих независимо друг от друга восстановление ВВТ (рисунок 5).

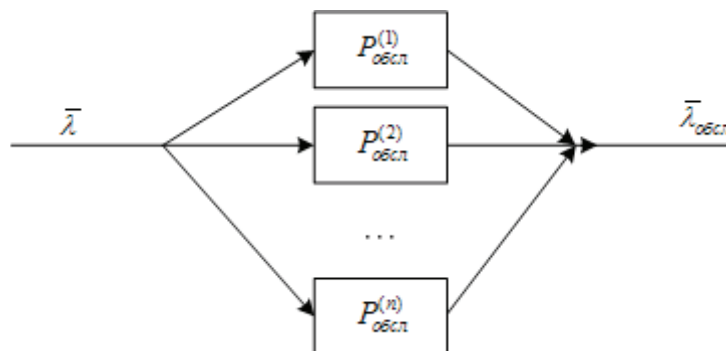


Рисунок 5 – Схема параллельной работы одноканальных систем ТО и Р

Общий поток заявок интенсивности  $\bar{\lambda}$  поступает на каждую одноканальную систему. В этом случае каждая система ТО и Р обеспечивает обслуживание заявок с одинаковой вероятностью  $P_{обсл}(1) = \frac{1}{1+\bar{\alpha}}$ . Вероятность обслуживания заявки  $n$  независимыми каналами составляет

$$P_{обсл}(n) = 1 - (1 - P_{обсл}(1))^n = 1 - \left(\frac{\bar{\alpha}}{1+\bar{\alpha}}\right)^n \quad (6)$$

Вероятность обслуживания такого же потока заявок одной многоканальной системой с  $n$  каналами обслуживания составляет



$$P_{обсл}(n) = 1 - \frac{\bar{\alpha}^n}{n!} \cdot \sum_{k=0}^n \frac{\bar{\alpha}^k}{k!} \quad (7)$$

Проводя вычисления  $P_{обсл}(n)$  для разных  $n$ , можно убедиться, что многоканальная СМО обеспечивает более высокую эффективность. Это достигается за счет того, что в многоканальной системе заявка получает отказ только в случае занятости всех каналов, в то время как в одноканальной системе заявка полу-

чает отказ при занятости только одного канала. Именно возможность распределения заявок по свободным каналам обеспечивает тот самый синергетический эффект, который реализуется в сложной системе. Разница между эффективностью нескольких одноканальных систем и одной многоканальной системы (с тем же числом каналов) увеличивается с ростом приведенной интенсивности потока заявок  $\bar{\alpha}$ . На рисунках 6, 7 показаны графики изменения  $P_{обсл}(n)$  для  $\bar{\alpha}=1$  и  $\bar{\alpha}=2$  при изменении числа каналов от 1 до 5.

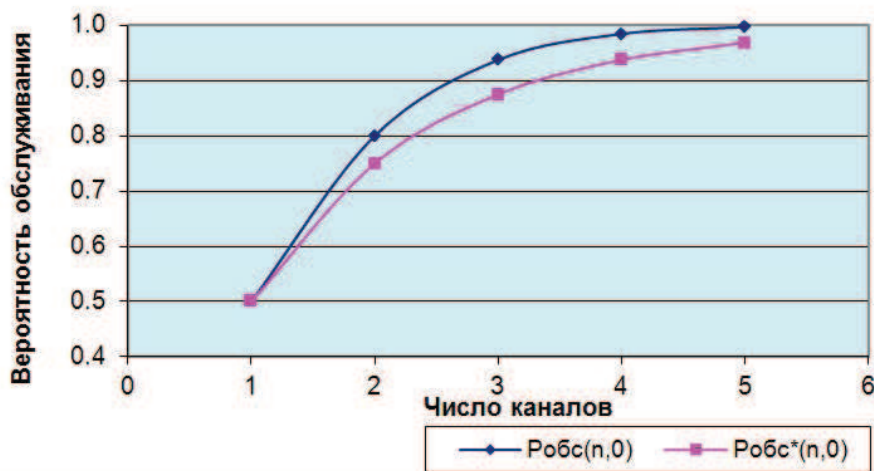


Рисунок 6 – Зависимость вероятности обслуживания заявок от числа каналов для одноканальной и многоканальной системы ТО и Р при  $\bar{\alpha}=1$

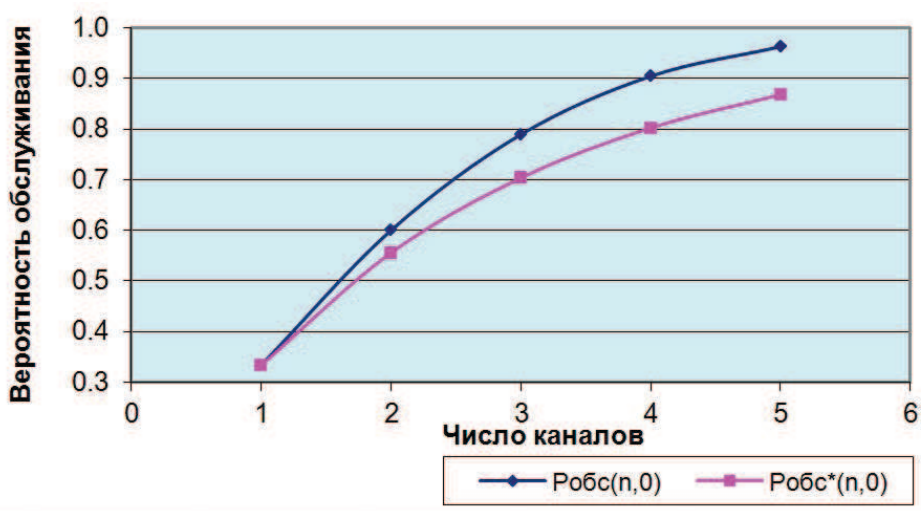


Рисунок 7 – Зависимость вероятности обслуживания заявок от числа каналов для одноканальной и многоканальной системы ТО и Р при  $\bar{\alpha}=2$

Таким образом, создание многоканальных систем ТО и Р с точки зрения эффективности восстановления ВВТ является более предпочтительным. Однако многоканальная система для своего функционирования потребует более сложной инфраструктуры, что неизбежно приведет к увеличению ее массогабаритных размеров и снижению параметров ее живучести (повышение заметности объекта, снижения его мобильности, повышение уязвимости и пр.).

Исходя из этих соображений в боевых подразделениях тактического уровня (батальонах, авиаэскадрильях), которые непосредственно ведут военные действия и подвергаются огневому воздействию противника, целесообразно создавать одноканальные ремонтные подразделения, имеющие достаточную производительность, высокую мобильность и скрытность от систем разведки противника. В ремонтно-восстановительных батальонах, располагающихся в тактической глубине и непосредственно не находящихся в боевых порядках войсковых подразделений,

целесообразно использовать двух- и трехканальные структуры войскового ремонта.

Для прикладных исследований актуальным является вопрос о приближении многоканальной СМО  $G(n, m)$  совокупностью более простых одноканальных СМО типа  $G(1, 0)$  и  $G(1, 1)$ , которая обеспечивает одинаковую вероятность обслуживания заявок.

Пусть для многоканальной системы  $G(n, 0)$  с параметром  $\bar{\alpha}$  известна вероятность обслуживания  $P_{обсл}(n, 0)$ . Заменяем эту СМО набором из  $\tilde{n}$  независимых одноканальных СМО  $G(1, 0)$ . Вероятность обслуживания заявки одноканальной СМО  $G(1, 0)$  равна

$$\bar{P}_{обсл}(1, 0) = \frac{1}{1 + \bar{\alpha}}$$

Из равенства

$$P_{обсл}(n, 0) = 1 - (1 - P_{обсл}(1, 0))^{\tilde{n}}$$

находим требуемое число  $\tilde{n}$  одноканальных СМО  $G(1, 0)$

$$\tilde{n} = \frac{\ln[1 - P_{обсл}(n, 0)]}{\ln[1 - P_{обсл}(1, 0)]} \tag{8}$$

На рисунке 8 показан график зависимости потребного числа каналов  $\tilde{n}$  СМО  $G(1, 0)$  для различных значений параметра  $\bar{\alpha}$ .

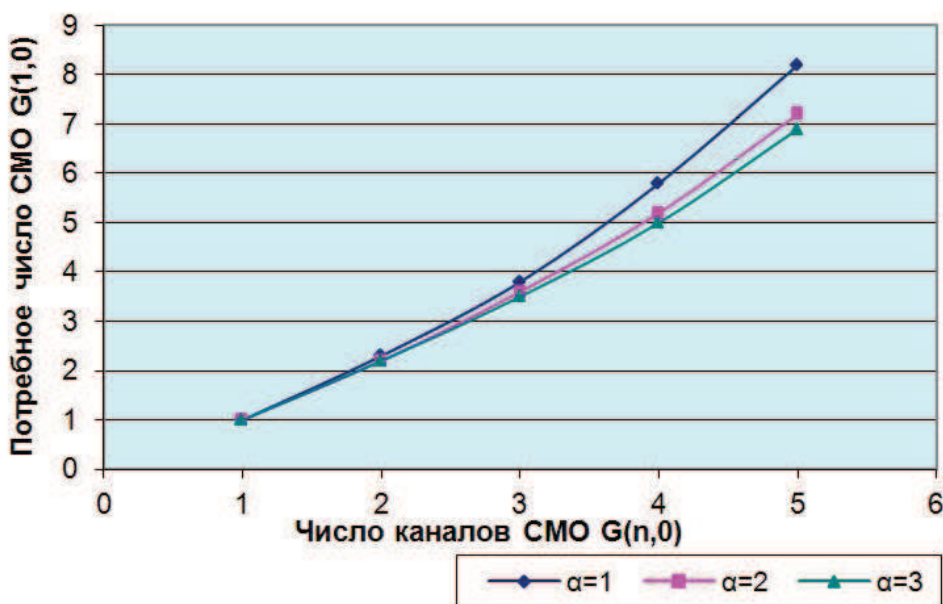


Рисунок 8 – Зависимость потребного числа каналов СМО от параметра  $\bar{\alpha}$

Из графиков видно, что в достаточно широком диапазоне значений параметра

$\bar{\alpha} = 1 \dots 5$  число потребных каналов не существенно зависит от параметра  $\bar{\alpha}$ .



Это позволяет найти регрессионную зависимость для числа  $\tilde{n}$ , одноканальных СМО, эквивалентных по эффективности обслуживания многоканальной СМО.

Уравнение такой регрессии с коэффициентом детерминации имеет вид

$$\tilde{n} = 0,12 + 0,74n + 0,15n^2,$$

а ее график показан на рисунке 9.

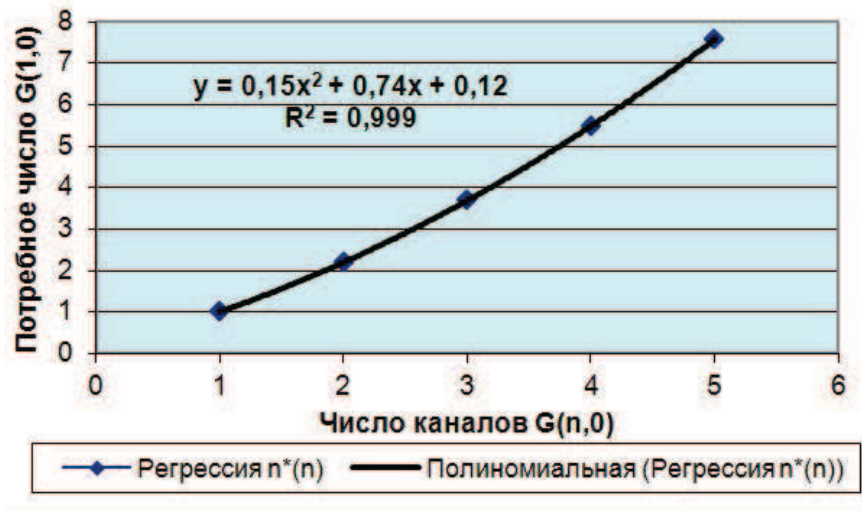


Рисунок 9 – Регрессионная зависимость  $\tilde{n} = f(n)$

Аналогичным образом решается задача об «аппроксимации» СМО  $G(n, m)$  совокупностью одноканальных СМО  $G(1, 1)$ . Для СМО  $G(1, 1)$  вероятность обслуживания заявки определяется выражением

$$\bar{P}_{обсл}(1,1) = \frac{1 + \bar{\alpha}}{1 + \bar{\alpha} + \bar{\alpha}^2}.$$

Далее по формуле (8) при известной  $\bar{P}_{обсл}(n, m)$  определяется потребное число одноканальных СМО  $G(1, 1)$ .

Для часто встречающихся на практике СМО  $G(n, m)$  при  $m=n$  получена также регрессионная зависимость для  $\tilde{n}$ :

$$\tilde{n} = 0,2 + 0,33n + 0,51n^2.$$

Таким образом, для построения упрощенных моделей восстановления ВВТ можно вместо громоздких многоканальных СМО использовать эквивалентные по эффективности одноканальные СМО.

### 3. Оптимизация числа каналов обслуживания и длины очереди в СМО

Из формул (3), (4) непосредственно видно, что вероятность обслуживания заявок в СМО при фиксированной приведенной интенсивности  $\bar{\alpha} = \frac{\lambda}{\mu}$  зависит как от числа каналов

обслуживания, так и от длины очереди в накопителе

$$P_{обсл}(n, m) = 1 - P_{n+m} = \frac{\bar{\alpha}^n \left(\frac{\bar{\alpha}}{n}\right)^m}{\sum_{k=0}^n \frac{\bar{\alpha}^k}{k!} + \frac{\bar{\alpha}^n}{n!} \sum_{k=1}^m \left(\frac{\bar{\alpha}}{n}\right)^k}. \quad (9)$$

С увеличением числа каналов и мест ожидания в накопителе вероятность обслуживания заявок увеличивается. На рисунке 10 показаны графики изменения вероятности обслуживания заявок от числа каналов и числа мест в накопителе при фиксированном значении  $\bar{\alpha} = 1,2$ .

Для достижения требуемой эффективности обслуживания заявок в СМО необходимо, чтобы число каналов  $n$  и число мест  $m$  в накопителе удовлетворяло условию

$$P_{обсл}(n, m) \geq \hat{P}_{обсл}, \quad (10)$$

где  $\hat{P}_{обсл}$  – требуемая вероятность обслуживания заявок.

Для создания подсистемы ТО и Р с определенным числом каналов и объемом накопителя необходимы определенные затраты. Пусть  $c_1$  – стоимость приобретения и установки одной технологической линии, а  $c_0$  –

стоимость оборудования одного места в накопителе. Тогда первоначальная стоимость средств ТО и Р составит

$$C(n, m) = c_0 m + c_1 n. \quad (11)$$

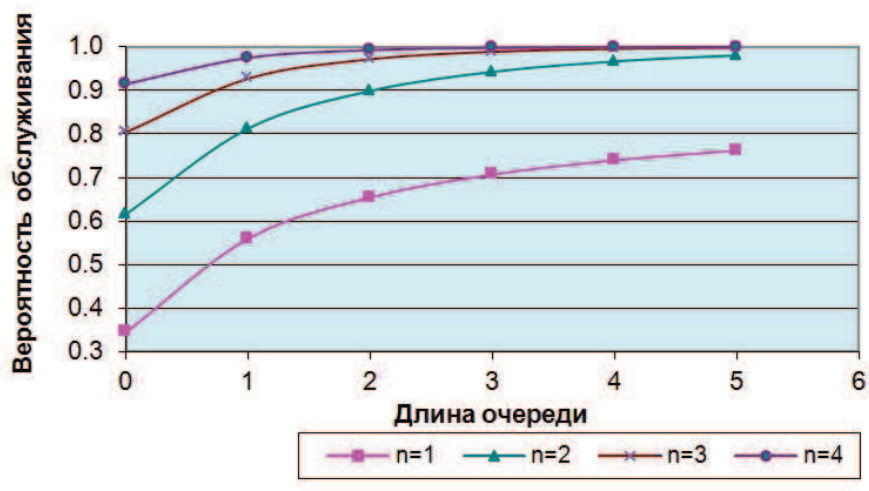


Рисунок 10 – Зависимость вероятности обслуживания заявок от числа каналов и мест в накопителе

Рассмотрим задачу оценки оптимального числа каналов и мест в накопителе, при которых достигается требуемая эффективность обслуживания (10) и минимум потребных затрат на приобретение средств ТО и Р (11) при известной интенсивности поступления заявок на ремонт и производительности ремонта  $\bar{\alpha} = \frac{\bar{\lambda}}{\bar{\mu}}$ .

Пусть для определенности  $c_1 \leq c_0$ . Данное условие практически всегда выполняется на практике. Тогда алгоритм решения этой задачи состоит в следующем.

Шаг 0. Полагаем  $n=1$  и рассчитываем допустимое по стоимости число мест в накопителе  $\tilde{m} = \frac{c_1}{c_0}$ . Переходим к шагу 1.

Шаг 1. Последовательно рассчитываем

$P_{обсл}(n, m)$  при  $m=1, 2, \dots$  до  $\tilde{m} = \frac{c_1}{c_0}$  включительно и проверяем выполнение неравенства

$P_{обсл}(n, m) \geq \hat{P}_{обсл}$ . Если неравенство достигается при  $m \leq \tilde{m}$ , то оптимальное решение  $(n, m)$  найдено<sup>1</sup>. В противном случае переходим к шагу 2.

Шаг 2. Увеличиваем число каналов  $n$  на единицу и переходим к шагу 1.

Поскольку на каждом шаге выбирается решение с минимальной стоимостью затрат, то за конечное число шагов мы приходим к достижению неравенства (10) с минимальными затратами.

На рисунке 11 показана схема определения оптимального числа каналов и мест в накопителе для достижения вероятности обслуживания заявки не ниже 0,9. Для этого достаточно иметь два канала обслуживания и два места в накопителе. При этом достигается минимальная стоимость затрат на создание подсистемы ТО и Р.

При увеличении интенсивности поступления заявок в незначительных пределах (10%...20%) снижение эффективности обслуживания можно компенсировать увеличением числа мест в накопителе. Поэтому при организации накопителя-приемника ВВТ необходимо предусмотреть соответствующий страховой резерв для накопителя. В рассматриваемом примере два канала и два места в накопителе обеспечивает устойчивое выполнение заявок с вероятностью не ниже 0,9 при величине параметра  $\bar{\alpha} \leq 1,5$ .

1 Величину  $m$  необходимо округлить до целого числа.

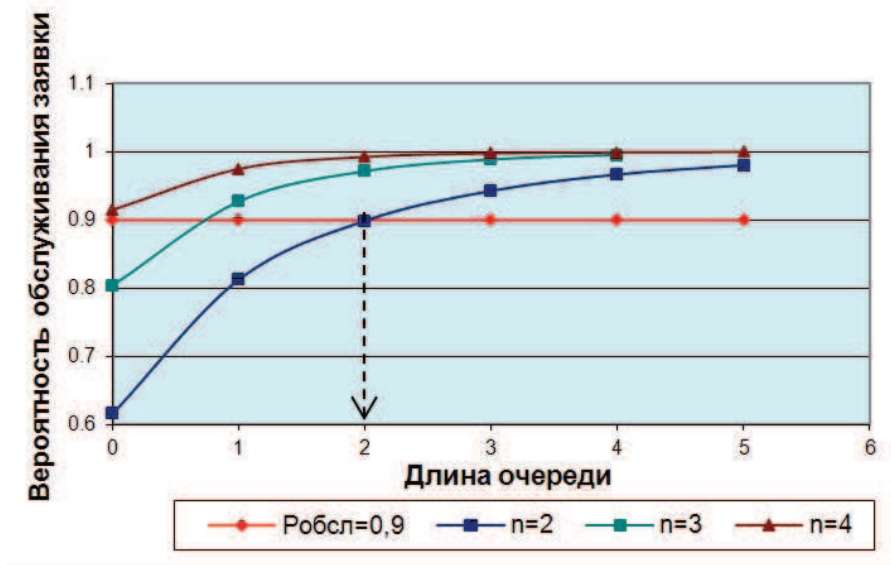


Рисунок 11 – Схема определения оптимального числа каналов и мест в накопителе

#### 4. Агрегированная модель двухуровневой системы восстановления ВВТ

На втором уровне восстановление поврежденных ВВТ осуществляется в объеме среднего и капитального ремонта. Ремонт предполагается осуществлять в центрах ТО и Р «Оборонсервис» и на предприятиях промышленности. Для моделирования работы центра ТО и Р может быть использована рассмотренная выше модель СМО с накопителем заявок. Никаких принципиальных отличий эта модель не имеет, кроме иных характеристик производительности СМО и накопителя ВВТ. Выхо-

дом модели является вероятность обслуживания заявок  $P_{обсл}^{(2)}$  на втором уровне восстановления ВВТ.

Для оценки эффективности двухуровневой системы войскового ремонта рассмотрим схему ее функционирования (рисунок 12). Исходный поток поврежденной ВВТ с интенсивностью  $\bar{\lambda}$  разделяется на две части:  $\bar{\lambda} = \bar{\lambda}_1 + \bar{\lambda}_2$ . Первая часть потока  $\bar{\lambda}_1$  направляется в ремонтные подразделения 1-го уровня, вторая часть потока  $\bar{\lambda}_2$  – в ремонтные организации 2-го уровня.

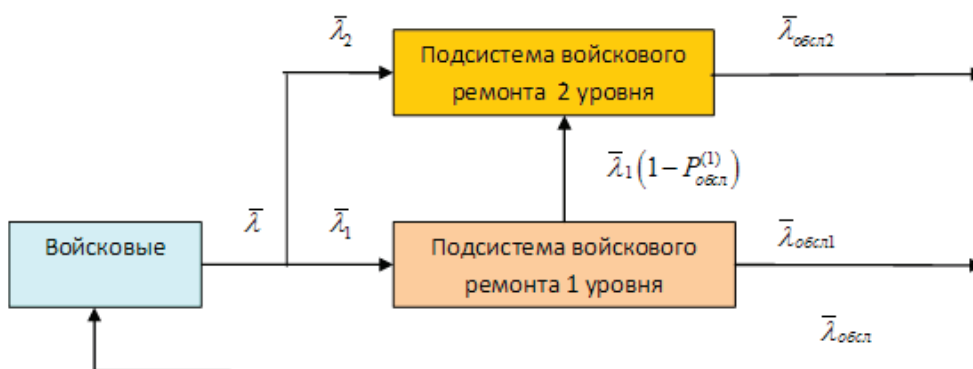


Рисунок 12 – Схема двухуровневой системы войскового ремонта ВВТ

На первом уровне в каждом тактическом соединении (бригаде, дивизии, авиабазе) органы войскового ремонта обеспечивают вероятность восстановления поврежденной ВВТ

$P_{обсл}^{(1)}$ . Часть не восстановленной ВВТ с интенсивностью  $\bar{\lambda}(1 - P_{обсл}^{(1)})$  направляется в центры ТО и Р «Оборонсервис» и предприятия промышленности, где производится восста-

новление поврежденной ВВТ с вероятностью обслуживания  $P_{обсл}^{(2)}$ .

Суммарный поток обслуженных заявок на первом и втором уровнях восстановления равен

$$\begin{aligned} \bar{\lambda}_{обсл} &= \bar{\lambda}_{обсл1} + \lambda_{обсл2} = \\ &= \bar{\lambda}_1 P_{обсл}^{(1)} + \bar{\lambda}_1 (1 - P_{обсл}^{(1)}) P_{обсл}^{(2)} + \bar{\lambda}_2 P_{обсл}^{(2)}. \end{aligned} \quad (11)$$

Интегральным показателем эффективности двухуровневой системы является общая вероятность обслуживания заявок

$$\begin{aligned} P_{обсл} &= \frac{\bar{\lambda}_{обсл}}{\bar{\lambda}} = \\ &= \gamma [P_{обсл}^{(1)} + (1 - P_{обсл}^{(1)}) P_{обсл}^{(2)}] + (1 - \gamma) P_{обсл}^{(2)}. \end{aligned} \quad (12)$$

где  $\gamma = \frac{\bar{\lambda}_1}{\bar{\lambda}}$  – доля заявок, обслуживаемых в подсистеме войскового ремонта 1-го уровня.

В зависимости от распределения потока заявок на восстановление ВВТ будут изменяться характеристики и показатели эффективности подсистем восстановления первого и второго уровня. В этом случае возникает задача оптимизации характеристик подсистем восстановления первого и второго уровня в зависимости от параметра распределения потока заявок. Эта задача рассматривается ниже.

Тот факт, что многоканальную СМО  $G(n, 0)$  можно заменить эквивалентной по эффективности системой  $\tilde{n}(\bar{\alpha})$  одноканальных СМО  $G(1, 0)$ , используем для построения агрегированной модели двухуровневой системы восстановления ВВТ.

В соответствии со схемой рисунка 12 представим первый уровень восстановления системой  $n_1$  параллельно работающих одноканальных систем  $G(1, 0)$ , обеспечивающих требуемую вероятность восстановления ВВТ  $\hat{P}_{обсл}^{(1)}$ . В этом случае динамика подсистемы восстановления первого уровня будет описываться дифференциальным уравнением для одноканальной системы  $G(1, 0)$ :

$$\frac{dP_0^{(1)}}{dt} = -\bar{\lambda}_1 P_0^{(1)} + \bar{\mu}_1(t) P_1^{(1)}; \quad P_1^{(1)} = 1 - P_0^{(1)}(t)$$

с начальными условиями  $t=0; P_0^{(1)}=1$ , где  $\lambda_1 = \gamma \lambda$  и зависимостью для вероятности обслуживания заявок в подсистеме

$$P_{обсл}^{(1)}(t) = 1 - (1 - P_0^{(1)}(t))^{\tilde{n}_1}.$$

Для кусочно-постоянной интенсивности  $\mu_1(t)$  уравнение имеет следующее аналитическое решение

$$P_0^{(1)}(t) = \begin{cases} \exp(-\bar{\lambda}_1 t), & t \leq t_{min}, \\ \frac{1}{1 + \bar{\alpha}_1} [1 - \exp(-\bar{\mu}_1(1 + \bar{\alpha}_1)t)], & t > t_{min} \end{cases},$$

которое при  $t \rightarrow \infty$  дает стационарное распределение  $\bar{P}_0^{(1)}(t) = \frac{1}{1 + \bar{\alpha}_1}$ .

Аналогично представляется модель функционирования подсистемы восстановления второго уровня с числом каналов  $\tilde{n}_2$ :

$$\frac{dP_0^{(2)}}{dt} = -\bar{\lambda}_2 P_0^{(2)} + \bar{\mu}_2(t) P_1^{(2)}; \quad P_1^{(2)} = 1 - P_0^{(2)}(t)$$

с начальными условиями:  $t=0; P_0^{(2)}=1$ , где  $\bar{\lambda}_2 = (1 - \gamma P_{обсл}^{(2)}) \bar{\lambda}$ .

Вероятность обслуживания заявки в подсистеме восстановления второго уровня будет равна

$$P_{обсл}^{(2)}(t) = 1 - [1 - P_0^{(2)}(t)]^{\tilde{n}_2}.$$

Общая вероятность обслуживания заявок в системе определяется выражением (12).

Пример 3. Оценим эффективность двухуровневой системы восстановления ВВТ. Первый уровень (войсковое звено) имеет  $n_1=2$ , а второй (Центр ТО и Р)  $n_2=4$  каналов обслуживания. Интенсивность поступления ВВТ с боевыми повреждениями составляет 6 единиц в сутки, из них 2 единицы требуют текущего ремонта, 2 единицы – среднего ремонта и 2 единицы – капитального ремонта. Среднее время восстановления ВВТ в объеме текущего ремонта составляет  $T_{mp}=6$  часов; в объеме среднего ремонта  $T_{cp}=12$  часов, в объеме капитального ремонта  $T_{kp}=24$  часа. Минимальное время задержки восстановления в объеме текущего ремонта составляет

$t_{min} = 2$  часа, в объеме среднего и капитально-го ремонта  $t_{min} = 12$  часов. Восстановление ВВТ в войсковом и заводском звене производится в режиме двухсменной работы в течение 16 часов.

**Решение.** Исходя из степени боевых повреждений ВВТ, весь текущий ремонт целесообразно осуществлять в войсковом звене, а средний и капитальный ремонт – в Центре ТО и Р. В этом случае параметр распределения заявок по подсистемам восстановления составляет  $\gamma = 1/3$ . Интенсивность войскового ремонта составляет  $\bar{\mu}_1 = 1/6 = 0,17 \text{ час}^{-1}$ . Интенсивность заводского ремонта находим как средневзвешенное интенсивностей среднего и капитального ремонта

$$\mu_2 = \frac{\lambda_{cp}}{(1-\gamma)\lambda} \cdot \frac{1}{T_{cp}} + \frac{\lambda_{кр}}{(1-\gamma)\lambda} \cdot \frac{1}{T_{кр}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{12} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{24} = 0,06 \text{ час}^{-1}$$

Минимальное время задержки восстановления средним и текущим ремонтом составляет 12 часов.

Система уравнений для вероятностей состояний имеет вид:

- для войскового ремонта

$$\frac{dP_0^{(1)}}{dt} = -\gamma \bar{\lambda} P_0^{(1)} + \bar{\mu}_1(t) P_1^{(1)} ;$$

$$P_{обсл}^{(1)} = 1 - (1 - P_0^{(1)}(t))^{n_1}$$

- для заводского ремонта

$$\frac{dP_0^{(2)}}{dt} = -(1-\gamma) \bar{\lambda} P_0^{(2)} + \bar{\mu}_2(t) P_1^{(2)} .$$

$$P_{обсл}^{(2)} = 1 - (1 - P_0^{(2)}(t))^{n_2}$$

Общая вероятность восстановления ВВТ рассчитывается по формуле

$$P_{обсл} = \gamma P_{обсл}^{(1)} + (1-\gamma) P_{обсл}^{(2)} ,$$

так как по условию задачи войсковой и заводской ремонт осуществляется автономно.

На рисунке 13 показана динамика вероятностей восстановления ВВТ в двухуровневой системе ремонта.

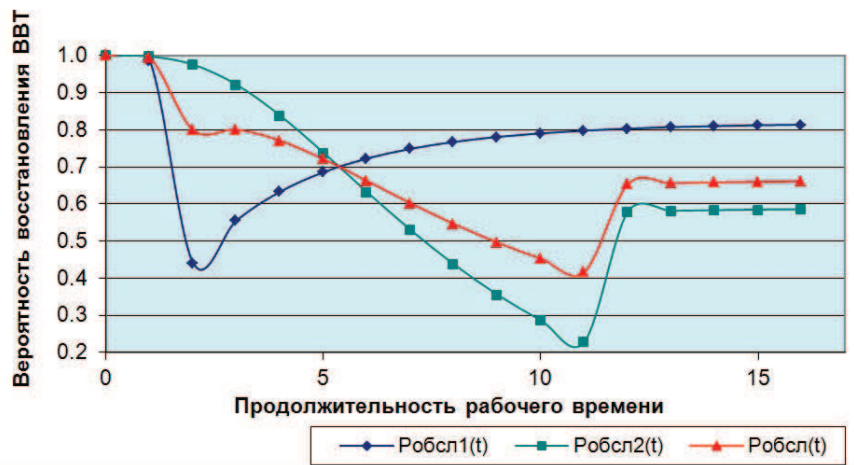


Рисунок 13 – Динамика вероятностей восстановления ВВТ в двухуровневой системе ремонта

Из графиков видно, что в течение первой половины суток процесс восстановления является существенно не стационарным. Это объясняется наличием задержек в выполнении ремонта ВВТ. К концу первых суток стабилизируется. В стационарном режиме вероятность восстановления ВВТ в войсковом звене составляет  $P_{обсл}^{(1)} = 0,8$ , в заводском звене

$P_{обсл}^{(2)} = 0,9$ . Общая вероятность восстановления ВВТ равна  $P_{обсл} = 0,65$ .

Для стационарных условий работы системы восстановления ВВТ можно использовать предельные вероятности состояний СМО.

Рассчитаем предельные вероятности обслуживания заявок для рассматриваемого выше примера. Приведенные интенсивности



и вероятности восстановления ВВТ в войсковом звене и в Центре ТО и Р составляют

$$\bar{\alpha}_1 = \frac{\gamma \bar{\lambda}}{\bar{\mu}_1} = 0,71; \alpha_2 = \frac{(1-\gamma) \bar{\lambda}}{\bar{\mu}_2} = 4,17;$$

$$\bar{P}_{обсл}^{(1)} = 1 - \left( \frac{\bar{\alpha}_1}{1 + \bar{\alpha}_1} \right)^2 = 1 - \left( \frac{0,71}{1,71} \right)^2 = 0,83;$$

$$\bar{P}_{обсл}^{(2)} = 1 - \left( \frac{\bar{\alpha}_2}{1 + \bar{\alpha}_2} \right)^4 = 1 - \left( \frac{4,2}{5,2} \right)^4 = 0,58.$$

Общая вероятность обслуживания заявок составит

$$P_{обсл} = \gamma \bar{P}_{обсл}^{(1)} + (1-\gamma) \bar{P}_{обсл}^{(2)} = 0,33 \cdot 0,83 + 0,67 \cdot 0,58 = 0,65.$$

Как видно из расчетов, для стационарных условий работы системы восстановления ВВТ результаты полностью совпадают.

### Заключение

Рассмотренный подход к моделированию системы восстановления ВВТ на базе моделей массового обслуживания позволяет осуществить всестороннюю оценку производственных возможностей сил и средств войскового и заводского ремонта ВВТ, рационально спланировать и организовать систему восстановления поврежденной ВВТ в частях и соединениях территориального командования.

### Список использованных источников

1. Артемов А.С., Герасимов А.В. Применение теории массового обслуживания при исследовании сложных организационно-технических систем военного назначения // Военная мысль. – 2011. – № 12.
2. Горевич Б.Н., Брус А.А., Миняйло В.Л. Методика определения параметров построения системы МТО группировки авиации и войск ПВО // Военная мысль. – 2011. – № 14.
3. Гнеденко Б.В., Коваленко И.Н. Введение в теорию массового обслуживания. – 2-е изд. – М.: Наука, 1987.
4. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория случайных процессов и ее инженерные приложения. – М.: Наука, 1991.
5. Буравлев А.И. Анализ СМО с разрывными функциями интенсивности потоков // Вооружение и экономика. – 2012. – № 3(19).
6. Осипов Л.А. Проектирование систем массового обслуживания. – М.: Адвансед Солюшнз, 2011.