В.Н. Казаринов
В.В. Пицык, доктор технических наук
профессор

Методика расчета остаточного ресурса вооружения, военной и специальной техники

Исследуется задача о вероятностном прогнозировании остаточного ресурса военной техники по экспериментальным данным о динамике параметрических отказов. Приводится алгоритм аналитического решения задачи и методика расчета, проиллюстрированная конкретным практическим примером. Методика может использоваться при обосновании предложений по эксплуатации и модернизации военной техники.

Для реализации сбалансированных по времени и выделяемым ресурсам планов технического переоснащения Вооруженных Сил важно учитывать опыт разработки и эксплуатации вооружения, военной и специальной техники (ВВСТ). Накопленный опыт показывает, что в отдельных случаях продолжительность эксплуатации ВВСТ может превышать указанные в технической документации нормативные сроки. Это может происходить из-за неоправданно заниженных сроков эксплуатации, указанных в технической документации, несоблюдения календарных сроков завершения отдельных этапов работ по их модернизации и замене новыми образцами, а также по ряду других причин [1]. Поэтому весьма важно иметь методики, при помощи которых можно оценивать возможность продления сроков эксплуатации ВВСТ. Иными словами, иметь методики расчета их остаточного ресурса (ОР) для статистически значимой поддержки процесса принятия решений при реализации планов их развития. Отдельные результаты исследований, которые можно использовать для априорной оценки ОР, приведены, в частности, в [2][1]. В них, однако, не рассмотрен практически важный вопрос, о том, целесообразно ли в дальнейшем вкладывать материальные средства для продления сроков их эксплуатации. Каким может оказаться остаточный ресурс при ограничениях на выделяемые средства, которые идут на поддержание в работоспособном состоянии и эксплуатацию ВВСТ.

Для обоснования ответов на эти и другие важные вопросы рассмотрим, следуя [3], задачу о вероятностном прогнозировании остаточного ресурса ВВСТ при ограничениях на материальные расходы для их эксплуатации.

Введем условия (основные допущения) задачи.

1. Рассматривается техническая система, в которой имеется вполне определенный набор определяющих параметров U_k, $k=\overline{1,m}$, где m – общее их число. Для каждого такого параметра задано его номинальное значение U_k^0. Наблюдая за поведением этих параметров, можно судить о развитии процессов в системе.

2. При функционировании в системе протекают медленно текущие деградационные процессы. В результате может наблюдаться «уход» параметров от своего номинального значения. Это значит, что в фиксированные моменты времени t_i, $i=\overline{1,n}$, значения определяющих параметров не возрастают, то есть $U_k(t_1)>U_k(t_2)>\ldots>U_k(t_n)$, если $t_1<t_2<\ldots<t_n$.

3. Предполагается, что если значения параметров U_k не выходят за пределы заданного интервала допустимых значений $S_k=(U_k^{(min)}<U_k^0<U_k^{(max)})$, где $U_k^{(min)}, U_k^{(max)}$ – соответственно нижняя и

1 Пицык В.В. Модель прогнозирования нестационарного состояния измерительной техники с параметрическими отказами // Метрология. – 2010. – № 3. – С. 3-15.

верхняя границы интервала, то система функционирует нормально. Отклонение значения параметра U_k от его допустимых значений приводит к так называемому параметрическому отказу, который, как правило, не выводит систему из рабочего состояния, а лишь ухудшает качество ее функционирования. Предполагается также, что вероятность внезапных отказов в системе относительно мала, но имеют место параметрические отказы, которые устраняются в ходе ремонтно-восстановительных работ. Это значит, что система отнесена к классу высоконадежных восстанавливаемых систем с конечным числом ее возможных состояний.

4. Обозначим символом $v_k(t),\ k=\overline{0,m}$ состояние, в котором может оказаться система в момент времени *t*. А именно: символом $v_0(t)$ будем обозначать состояние, когда в системе не отказал ни один определяющий параметр из общего их числа *m*. Символ $v_1(t)$ указывает на то, что произошел отказ одного параметра. Символ $v_k(t)$ соответствует отказу количества *k* параметров, символ $v_m(t)$ соответствует отказу всех *m* определяющих параметров в системе. Учитывая [4], предположим, что переход системы из одного состояния в ближайшее соседнее состояние происходит без «перескока» его через промежуточное состояние. Например, из состояния $v_0(t)$ невозможно сразу перейти в состояние $v_2(t)$, минуя состояние $v_1(t)$.

5. Будем считать, что к моменту времени *t* суммарные затраты на поддержание системы в состоянии $v_k(t)$ составляют величину $C_k(t)$, $k=\overline{0,m}$.

Предполагается, что эксплуатационные расходы $\Delta C_э$ в единицу времени одинаковы для каждого из состояний. А средний расход $\Delta C_в$ на восстановление также одинаков для каждого отказавшего параметра. Причем, отказавший в момент времени *t* параметр подлежит восстановлению с этого же момента времени. И за время перехода определяющего параметра из состояния отказа в состояние восстановления расход на систему не увеличивается. Средства на восстановление выделяются (расходуются) в момент отказа определяющих параметров.

6. Переход каждой технической системы из одного состояния в другое рассматривается как случайное событие [4].

Без потери общности, для удобства изложения, предположим, что интенсивность λ_k, с которой происходит отказ *k*-го параметра U_k, одинакова для всех определяющих параметров.

Примем аналогичное допущение и по отношению к параметру μ_k – интенсивности, с которой происходит восстановление *k*-го параметра. Это позволяет в дальнейшем пользоваться суммарными интенсивностями отказов, равными соответственно $\lambda=\sum_{k=1}^{m}\lambda_k$ и $\mu=\sum_{k=1}^{m}\mu_k$.

Для удобства выполнения расчетов, как и в [4], предполагаем, что поток отказов определяющих параметров – простейший, и функции плотности потоков отказов и восстановления описываются показательными законами с параметрами λ и μ, соответственно.

При введенных ограничениях 1-6 требуется определить остаточный ресурс системы при ограничениях на расход материальных средств на ее эксплуатацию.

Решение задачи. Определим расход материальных средств, выраженный в условных единицах, на поддержание системы в состоянии $v_k(t),\ k=\overline{0,m}$.

Рассмотрим вначале состояние $v_0(t)$, когда к моменту времени $t+\Delta t$ система будет находиться в безотказном состоянии.

Это состояние можно рассматривать как сумму двух несовместных событий: A_0 и B_1.

Событие A_0 состоит в том, что в момент времени *t* система находилась в состоянии $v_0(t)$, и за время Δt не отказал ни один параметр. Вероятность этого случайного события определяется

выражением $P(A_0)=e^{-\lambda\Delta t}\approx 1-\lambda\Delta t$. Расход ресурсов на поддержание события A_0 с вероятностью $P(A_0)$ можно выразить соотношением

$$C(A_0)=(C_0(t)+\Delta C_э\Delta t)(1-\lambda\Delta t). \quad (1)$$

Символ B_1 означает событие, состоящее в том, что в момент времени *t* система находилась в состоянии $v_1(t)$, и за время Δt один параметр восстановился. Вероятность этого события определяется выражением $P(B_1)=1-e^{-\mu\Delta t}\approx\mu\Delta t$. Расход ресурсов на поддержание события B_1 с вероятностью $P(B_1)$ можно выразить так:

$$C(B_1)=C_1(t)\mu\Delta t. \quad (2)$$

И тогда состояние $v_0(t)$ можно рассматривать как сумму двух несовместных событий A_0 и B_1. Уравнение для случайной функции расхода материальных средств $C_0(t)$ на интервале $(t+\Delta t)$ для поддержания этого события выражается так:

$$C_0(t+\Delta t)=C(A_0)+C(B_1)=\left(C_0(t)+\Delta C_э\Delta t\right)(1-\lambda\Delta t)+C_1(t)\mu\Delta t. \quad (3)$$

Перепишем иначе выражение (3):

$$C_0(t+\Delta t)-C_0(t)=-\lambda\Delta t C_0(t)+\mu\Delta t C_1(t)+\Delta C_э\Delta t-\lambda\Delta t\Delta C_э\Delta. \quad (4)$$

Разделим обе части равенства (4) на величину Δt. Затем перейдем к пределу при стремлении $\Delta t\to 0$ и получим в результате дифференциальное уравнение:

$$\frac{dC_0(t)}{dt}=-\lambda C_0(t)+\mu C_1(t)+\Delta C_э. \quad (5)$$

Составим аналогичные уравнения для состояний системы $v_k(t)$, $k=\overline{0,m-1}$. Состояние $v_k(t)$ характеризуется тем, что к моменту времени $t+\Delta t$ в системе число отказавших определяющих параметров станет равным *k*.

Это состояние можно рассматривать как сумму трех несовместных событий: A_k, B_{k+1} и C_{k-1}.

Событие A_k означает, в момент времени *t* система находилась в состоянии $v_k(t)$, и за время Δt не отказал и не восстановился ни один параметр. Вероятность этого случайного события определяется выражением $P(A_k)=e^{-\lambda\Delta t}e^{-\mu\Delta t}\approx 1-(\lambda+\mu)\Delta t$. Расход ресурсов на поддержание события A_k с вероятностью $P(A_k)$ можно выразить соотношением:

$$C(A_k)=\left(C_k(t)+\Delta C_э\Delta t\right)\left(1-(\lambda+\mu)\Delta t\right). \quad (6)$$

Символом B_{k+1} обозначено событие, состоящее в том, что в момент времени *t* система находилась в состоянии $v_{k+1}(t)$, и за время Δt один параметр восстановился. Вероятность этого события определяется выражением $P\left(B_{k+1}\right)=1-e^{-\mu\Delta t}\approx\mu\Delta t$. Расход ресурсов на поддержание события B_{k+1} с вероятностью $P(B_{k+1})$ можно выразить так:

$$C(B_{k+1})=C_{k+1}(t)\mu\Delta t. \quad (7)$$

Третье из упомянутых событий C_{k-1} состоит в том, что в момент времени *t* система находилась в состоянии $v_{k-1}(t)$, и за время Δt произошел отказ еще одного параметра. Вероятность этого события определяется выражением $P\left(C_{k-1}\right)=1-e^{-\lambda\Delta t}\approx\lambda\Delta t$. Расход ресурсов на поддержание события C_{k-1} с вероятностью $P\left(C_{k-1}\right)$ можно выразить так:

$$C\left(C_{k-1}\right)=C_{k-1}(t)\lambda\Delta t. \quad (8)$$

И тогда состояние $v_k(t)$ можно рассматривать как сумму трех несовместных событий A_k, B_{k+1} и C_{k-1}. Уравнение для случайной функции расхода материальных средств $C_k(t)$ на интервале $(t+\Delta t)$ для поддержания этого события выражается так:

$$C_k(t+\Delta t)=C\left(A_k\right)+C\left(B_{k+1}\right)+C\left(C_{k-1}\right)= \\ =C_k(t)+\Delta C_э \Delta t\left(1-(\lambda+\mu)\Delta t\right)+C_{k+1}(t)\mu\Delta t+C_{k-1}(t)\lambda\Delta t \,. \quad (9)$$

Преобразуем выражение (9) аналогично равенству (3) и в результате получим дифференциальное уравнение:

$$\frac{dC_k(t)}{dt}=\lambda C_{k-1}(t)-(\lambda+\mu)C_k(t)+\mu C_{k+1}(t)+\Delta C_э+\lambda\Delta C_в \,. \quad (10)$$

Составим, наконец, уравнение для состояния системы $\nu_m(t)$, когда к моменту времени $t+\Delta t$ в системе произойдет отказ всех *m* определяющих параметров.

Это состояние можно рассматривать как сумму двух несовместных событий: A_m и C_{m-1}.

Первое из них – событие $A_m=$ {в момент времени *t* система находилась в состоянии $\nu_m(t)$, и за время Δt не отказал ни один параметр}. Вероятность этого случайного события определяется выражением $P(A_m)=e^{-\mu\Delta t}\approx 1-\mu\Delta t$. Расход ресурсов на поддержание события A_m с вероятностью $P(A_m)$ можно выразить соотношением:

$$C(A_m)=\left(C_m(t)+\Delta C_э\Delta t\right)(1-\mu\Delta t) \,. \quad (11)$$

Второе событие – $C_{m-1}=$ {в момент времени *t* система находилась в состоянии $\nu_{m-1}(t)$, и за время Δt произошел отказ еще одного параметра}. Вероятность этого события определяется выражением $P\left(C_{m-1}\right)=1-e^{-\lambda\Delta t}\approx\lambda\Delta t$. Расход ресурсов на поддержание события C_{m-1} с вероятностью $P(C_{m-1})$ можно выразить так:

$$C(C_{m-1})=C_{m-1}(t)\lambda\Delta t \,. \quad (12)$$

Состояние $\nu_m(t)$ можно рассматривать как сумму двух несовместных событий A_m и C_{m-1}. Уравнение для функции расхода материальных средств $C_m(t)$ на интервале $(t+\Delta t)$ для поддержания этого события выражается так:

$$C_m(t+\Delta t)=C\left(A_m\right)+C\left(C_{m-1}\right)=(C_m(t)+\Delta C_э\Delta t)(1-\mu\Delta t)+(C_{m-1}(t)+\Delta C_B)\lambda\Delta t \,. \quad (13)$$

Преобразуем выражение (13) и получим дифференциальное уравнение:

$$\frac{dC_m(t)}{dt}=\lambda C_{m-1}(t)-\mu C_m(t)+\Delta C_э+\lambda\Delta C_в \,. \quad (14)$$

Таким образом, расход материальных средств, выраженный в условных единицах, на поддержание системы в состоянии $\nu_k(t)$, $k=\overline{0,m}$ можно описать системой дифференциальных уравнений относительно неизвестных случайных функций расхода материальных средств $C_k(t)$, $k=\overline{0,m}$:

$$\begin{cases} \dfrac{dC_0(t)}{dt}=-\lambda C_0(t)+\mu C_1(t)+\Delta C_э, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots, \\ \dfrac{dC_k(t)}{dt}=\lambda C_{k-1}(t)-(\lambda+\mu)C_k(t)+\mu C_{k+1}(t)+\Delta C_э+\lambda\Delta C_в, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots, \\ \dfrac{dC_m(t)}{dt}=\lambda C_{m-1}(t)-\mu C_m(t)+\Delta C_э+\lambda\Delta C_в. \end{cases} \quad (15)$$

Для решения системы уравнений (15) перейдем к операторной форме ее записи:

$$A(p)X(p)=B^{(c)}(p) \,, \quad (16)$$

где $A(p)$ – трехдиагональная матрица коэффициентов системы уравнений размерности $(m+1)\times(m+1)$:

$$A=\begin{bmatrix} -(p+\lambda) & \mu & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \lambda & -(p+\lambda+\mu) & \mu & \dots & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & -(p+\lambda+\mu) & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -(p+\lambda+\mu) & \mu \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \lambda & -(p+\mu) \end{bmatrix};$$

$X(p)$ – вектор, у которого компоненты $x_k(p)$ являются изображениями соответствующих функций $C_k(t)$, $k=\overline{0,m}$;

$B^{(c)}(p)$ – вектор правых частей системы уравнений (16):

$$X(p)=\begin{bmatrix} C_0(p) \\ C_1(p) \\ C_2(p) \\ C_3(p) \\ \dots \\ C_{m-1}(p) \\ C_m(p) \end{bmatrix};\ B^{(c)}=\begin{bmatrix} -\dfrac{\Delta C_э}{p} \\ -\dfrac{\Delta C_э+\lambda\Delta C_в}{p} \\ \dots \\ -\dfrac{\Delta C_э+\lambda\Delta C_в}{p} \end{bmatrix};$$

p – комплексная переменная в полуплоскости существования изображения функций $C_k(t)$, $k=\overline{0,m}$.

Следуя [5], построим оценку $X^*(p)$ вектора $X(p)$ неизвестных системы уравнений (16), воспользовавшись следующей процедурой оценки матричных коэффициентов многомерной модели регрессионного анализа с произвольным конечным числом регрессоров.

Представим систему (16), опуская для упрощения записи переменную p и вводя ее, при необходимости, без специальных оговорок, в следующей форме:

$$\sum_{k=1}^{m+1} A_k X_k = B^{(c)}, \tag{17}$$

где A_k – блочные компоненты матрицы $A=\left\|\,|A_1|\cdot|A_2|\cdot\ldots\cdot|A_k|\cdot\ldots\cdot|A_{m+1}|\,\right\|$;

X_k – блочные компоненты вектора $X=\left\|\,|X_1|\cdot|X_2|\cdot\ldots\cdot|X_k|\cdot\ldots\cdot|X_{m+1}|\,\right\|^T$;

T – знак транспонирования.

Запишем выражения для компонентов A_k и X_k, входящих в (17):

$$A_1=\begin{pmatrix} -(p+\lambda) \\ \lambda \\ O_{m-1} \end{pmatrix},\ A_2=\begin{pmatrix} \mu \\ -(p+\lambda+\mu) \\ \lambda \\ O_{m-2} \end{pmatrix},\dots,A_k=\begin{pmatrix} O_{k-2} \\ \mu \\ -(p+\lambda+\mu) \\ \lambda \\ O_{m-k} \end{pmatrix},\dots,A_{m+1}=\begin{pmatrix} O_{m-1} \\ \mu \\ -(p+\mu) \end{pmatrix},$$

где символом O_a обозначен нулевой вектор размерности a.

Воспользовавшись веденными обозначениями, можно находить оценку X^* вектора X неизвестных системы (16) из рекуррентного соотношения:

$$X_k^* = C_{k-1}^* = M_k A_k \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^{m+1} R_j B^{(c)}, \tag{18}$$

где $M_k = \left(A_k^T \prod_{j=1}^{k-1} R_j A_k \right)^{-1}$, $R_j = E - A_j M_j A_j^T \prod_{i=1}^{j-1} R_i$.

Применяя затем к оценкам (18) обратное преобразование Лапласа, можно получить выражения для оригиналов случайных функций расхода материальных средств $C_k(t)$ на поддержание ВВСТ в состоянии $v_k(t)$, когда в момент времени *t* из общего числа *m* определяющих параметров может отказать некоторое их число $k = 0, 1, 2, \ldots, m$.

Средний расход материальных средств $\overline{C}(t)$ численно равен математическому ожиданию всевозможных значений случайных функций $C_k(t)$:

$$\overline{C}(t) = \sum_{k=0}^{m} C_k(t) P_k(t), \tag{19}$$

где $P_k(t)$ – вероятность наступления события $v_k(t)$, подробный алгоритм и программа расчета которой разработаны авторами[1].

Соотношение (19) позволяет рассчитать средний расход материальных средств на поддержание ВВСТ в каждом из возможных ее состояний. Если при этом окажется, что к моменту времени $t = t^*$ средний расход $\overline{C}(t = t^*)$ в известном смысле будет близок к дополнительно выделяемым на эксплуатацию материальным средствам C_0, то в таком случае можно принимать время t^* в качестве остаточного ресурса и находить решение исследуемой задачи о его прогнозировании из соотношения:

$$t^* = \underset{t \in T}{\operatorname{argmin}}\, e\left(C_0 - \overline{C}(t)\right),$$

где $e\left(C_0 - \overline{C}(t)\right)$ – выбранная мера близости величин C_0 и $\overline{C}(t)$;

T – множество всевозможных положительных значений переменой *t*.

В результате можно получить формулы для величин $C_k(t)$, $k = \overline{0, m}$.

Проиллюстрируем применение описанной методики на практическом примере.

Пусть исследуемый образец ВВСТ характеризуется следующими показателями: параметры отказа и восстановления равны $\lambda = 5$ год$^{-1}$, $\mu = 14$ год$^{-1}$, соответственно. Число определяющих параметров $m = 1$. Эксплуатационные расходы в течение года составляют $\Delta C_э = 1000$ руб., а средний расход на восстановление отказавшего параметра равен $\Delta C_в = 5000$ руб.. Для введенных исходных данных требуется рассчитать остаточный ресурс средства в предположении, что для его эксплуатации выделено $C_0 = 50\,000$ руб.

Решение примера приводит к следующему результату: значение остаточного ресурса t^* составляет 3 года и 21 день.

Таким образом, предложенная методика расчета остаточного ресурса по результатам параметрического контроля может применяться при планировании и управлении развитием вооружения.

1 Аксенов О.Ю., Пицык В.В. Математические модели для оценки ущерба, наносимого критически важным объектам в военных конфликтах // Сб.реф. деп. рук., сер. Б, вып. 107, инв. Б 8398. – М.: ЦВНИ МО РФ, 2014. Аксенов О.Ю., Пицык В.В. Программа для реализации метода нестационарного оценивая технического состояния высоконадежных систем защиты критически важных объектов в условиях чрезвычайных ситуаций и военных конфликтов. – Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2014616545 от 26.06.2014.

Список использованных источников

1. Буренок В.М., Ляпунов В.М., Мудров В.И. Теория и практика планирования и управления развитием вооружения / Под ред. А.М. Московского. – М.: Граница, 2005. – 520 с.

2. Пицык В.В. Математическая модель прогнозирования страховых запасов для профилактики измерительной техники // Метрология. – 2006. – №7. – С. 3-29.

3. Пицык В.В. Управление остаточным ресурсом систем пожарной автоматики по критерию усредненных затрат // Материалы Восьмой международной конференции «Управление развитием крупномасштабных систем MLSD`2015». Москва, 29 сентября – 1 октября 2015 г. – М.: Ин-т проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, 2015. – Т. 2. – С. 249.

4. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. – М.: Высшая школа, 2002.

5. Пицык В.В. Многомерная задача нелинейного оценивания систематических погрешностей в измерительных системах со структурной избыточностью // Метрология. – 1999. – № 12. – С. 3-17.