Методический аппарат оценки точности прогнозирования затрат на реализацию программных мероприятий[1]

Дэн снс Подольский А.Г., ктн снс Косенко А.А.

Точность определения стоимостных показателей (СП) мероприятий по созданию образцов вооружения и военной техники (ВВТ) играет важную роль при формировании и реализации государственной программы вооружения (ГПВ). Это обусловлено тем, что на этапах проведения торгов и реализации программных мероприятий (ПМ) низкая точность прогнозных оценок СП может привести к значительному отклонению фактических затрат от плановых.

Возникновение ошибок при прогнозировании затрат обусловлено рядом причин, основными из которых являются:

– функциональная неточность экономико-математических моделей, обусловленная неточностью параметров, используемых при моделировании процесса формирования затрат;

– структурная неточность экономико-математических моделей, обусловленная упрощением аналитических зависимостей, отражающих взаимосвязь ценообразующих факторов со стоимостными показателями мероприятий;

– неточность исходных данных, используемых для оценки стоимостных показателей.

Ошибка в определении объема финансирования программного мероприятия может быть представлена как отклонение прогнозного значения стоимостного показателя $C_{ЭММ}$, полученного с использованием экономико-математической модели, от его фактического значения $C_{Ф}$:

$$\delta = C_{ЭММ} - C_{Ф} \quad . \tag{1}$$

Ошибки, в зависимости от причин их возникновения, разделяются на:

– случайные;

– систематические;

– грубые (промахи).

[1] Статья подготовлена в соответствии с Грантом РФФИ, номер проекта 07-06-13505.

Случайные ошибки – ошибки, значения которых меняются от одной реализации к другой и их величина этих ошибок может быть установлена только после выполнения мероприятия.

Случайные ошибки являются следствием причин, влияние которых невозможно или очень трудно учесть. К ним, в частности, относятся нестабильность параметров финансово-хозяйственной деятельности предприятий и технологических процессов, макроэкономических и политических условий, в которых реализуются программные мероприятия. Исследовать каждую из причин, оценить и формализовать ее влияние на конечный результат практически невозможно.

Систематические ошибки – ошибки, значения которых остаются постоянными при реализации серии однотипных программных мероприятий и, следовательно, могут быть выявлены и исключены из окончательного результата.

К систематическим ошибкам можно отнести ошибки, связанные с неучетом территориальных коэффициентов, и ошибки, появившиеся вследствие применения приближенных формул расчета, а также так называемые «личные ошибки» исследователя.

Уменьшение систематической ошибки может быть достигнуто путем уточнения параметров экономико-математических моделей прогнозирования затрат на ПМ и использования новых методических подходов, адекватно отражающих процесс формирования цен.

Деление ошибок на систематические и случайные носит условный характер, так как в одних случаях одни и те же ошибки можно рассматривать как случайные, а в других – как систематические. Например, формирование затрат на ПМ при фиксированных параметрах финансово-хозяйственной деятельности предприятия будет порождать систематическую ошибку, обусловленную тем, что могут не учитываться различия в средней заработной плате и накладных расходах. Если производство образца ВВТ осуществляется на различных предприятиях, то ошибка, обусловленная неучетом конкретных параметров финансово-хозяйственной деятельности, должна рассматриваться как случайная.

Грубые ошибки (промахи), в некотором роде, являются также случайными, однако их характер существенно отличается от характера рассмотренных выше случайных ошибок. Это отличие связано с тем, что если случайные ошибки возникают при применении методического обеспечения и безошибочных вычислениях, то причиной возникновения грубых ошибок может явиться или низкая квалификация лица, производящего вычисления, или его небрежность. Промахи обычно велики по абсолютной величине, поэтому при выполнении расчетов возможность их появления должна быть полностью исключена.

Процесс оценки точности прогнозирования затрат на реализацию ПМ тесно связан с обликом перспективного образца ВВТ, который может представлять собой:

– образец ВВТ, ранее выпускавшийся (проходивший ремонт), облик которого на плановом отрезке времени не меняется (в дальнейшем будем называть повторяющимися однородными мероприятиями);

– образец ВВТ, созданный в результате «незначительной» модернизации;

– образец ВВТ, созданный в результате «средней» модернизации;

– образец ВВТ, созданный в результате «глубокой» модернизации;

– образец ВВТ, созданный в результате «эволюционной» полномасштабной разработки;

– образец ВВТ, созданный в результате «революционной» полномасштабной разработки.

Ожидаемые затраты в t_p-м году (в текущих ценах) на реализацию повторяющегося однородного мероприятия $C_{ПОМ}(t_p)$ определяются динамикой инфляционных процессов.

Если продолжительность реализации мероприятия не превышает одного года,

$$C_{ПОМ}(t_p) = K(t\ , t_p)\ C_{ПОМ}(t\ )\ , \qquad (2)$$

где t – год, в который на реализацию повторяющегося однородного мероприятия были израсходованы финансовые ресурсы в объеме $C_{ПОМ}(t\ )$;

$K\left(t\ ,t_p\right)$ – коэффициент приведения фактических затрат на реализацию ПМ, соответствующих ценам t -го года, к ценам t_p -го года;

$C_{ПОМ}(t)$ – фактические затраты на реализацию повторяющегося однородного мероприятия в t -м году.

Если продолжительность реализации ПМ превышает один год,

$$C_{ПОМ}\left(t_p\right)=\sum_{t=t_H}^{t_P} K\left(t\ ,t_p\right)\,C_{ПОМ}\left(t\ \right), \qquad (3)$$

где t_H – год начала реализации повторяющегося однородного мероприятия, по которому имеются фактические затраты.

Точность прогнозирования затрат, рассчитанных по формулам (2) и (3), зависит от точности определения коэффициента $K\left(t\ ,t_p\right)$ и значения $C_{ПОМ}(t)$.

Для оценки затрат на реализацию мероприятия, связанного с модернизацией образца ВВТ или его полномасштабной разработкой, используются экономико-математические модели различных видов, требующие разных объемов исходных данных.

Вид экономико-математической модели прогнозирования затрат на реализацию программных мероприятий по модернизации образцов ВВТ определяется продолжительностью модернизации.

Если продолжительность модернизации не превышает одного года,

$$C_{M\ j}\left(t_p\right)=C_{ПР\ \xi}\left(t\ \right)\,a_{j\xi}\ K\left(t\ ,t_p\right), \qquad (4)$$

где $C_{M\ j}\left(t_p\right)$ – ожидаемые затраты в t_p -м году (в текущих ценах) на реализацию мероприятий по модернизации образца ВВТ в j -м варианте ее проведения («незначительная», «средняя», «глубокая»);

$C_{ПР\ \xi}\left(t\ \right)$ – фактический объем финансовых ресурсов (в ценах t -го года), затраченных на реализацию мероприятий по созданию образца ВВТ в ξ -м варианте его полномасштабной разработки («эволюционная», «революционная»), который планируется модернизировать;

$a_{j\xi}$ – коэффициент, характеризующий соотношение затрат на реализацию мероприятий по модернизации образца ВВТ в j-м варианте ее проведения, и затратами на реализацию мероприятия по созданию образца ВВТ в ξ-м варианте его полномасштабной разработки.

Если продолжительность модернизации превышает один год,

$$C_{M\ j}(t_p) = a_{j\xi} \sum_{t=t_H}^{t_P} C_{ПР\ \xi}(t\ )\ K\ (t\ , t_p)\ , \qquad (5)$$

где t_H – год начала реализации повторяющегося однородного мероприятия, по которому имеются фактические затраты.

В зависимости от продолжительности создания образца ВВТ в варианте проведения полномасштабной разработки экономико-математическая модель прогнозирования затрат на реализацию мероприятий имеет два вида.

Если продолжительность реализации мероприятия не превышает одного года,

$$C_{ПР\ j}(t_p) = C_{ПР\ \xi}(t\ )\ b_{j\xi}\ K\ (t\ , t_p)\ , \qquad (6)$$

где $C_{ПР\ j}(t_p)$ – ожидаемые затраты в t_p-м году (в текущих ценах) на реализацию мероприятия в j-м варианте полномасштабной разработки образца ВВТ («эволюционном», «революционном»);

$b_{j\xi}$ – коэффициент, характеризующий соотношение затрат на реализацию мероприятия по созданию образца ВВТ путем полномасштабной разработки в j-м варианте, и затрат на реализацию мероприятия по созданию образца-аналога (типового образца), созданного ранее в ξ-м варианте полномасштабной разработки.

Если продолжительность реализации мероприятия превышает один год,

$$C_{ПР\ j}(t_p) = b_{j\xi} \sum_{t=t_H}^{t_P} C_{ПР\ \xi}(t\ ) K\ (t\ , t_p)\ , \qquad (7)$$

где t_H – год начала реализации мероприятия, соответствующего образцу-аналогу (типовому образцу), созданному ранее в ξ-м варианте полномасштабной разработки.

Вторым видом экономико-математических моделей, наиболее часто используемым для прогнозирования затрат, являются регрессионные зависимости. Их привлекательность состоит в том, что они позволяют оценить затраты на реализацию мероприятия при любом изменении тактико-технических характеристик образца ВВТ.

Существует множество видов регрессионных зависимостей, используемых для прогнозирования стоимостных показателей (С). Для примера рассмотрим линейную зависимость:

$$C = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + ... + a_m x_m , \tag{7a}$$

где x_1, x_2, ... x_m – независимые переменные;

a_0, a_1, a_2, ... a_m – параметры уравнения регрессии.

Для определения параметров регрессионной зависимости используется метод наименьших квадратов (МНК), в соответствии с которым неизвестные параметры должны определяться из условия минимизации суммы квадратов «невязок». Данный метод сравнительно прост в вычислительном отношении, при обработке данных не требует знания закона распределения ошибок измерений и при определенных условиях обеспечивает получение несмещенных оценок.

Специфику оценки точности определения затрат можно проиллюстрировать на примере модели множественной линейной регрессии с m независимыми переменными:

$$C_i = a_0 + a_1 x_{i1} + a_2 x_{i2} + ... + a_m x_{im} + e_i , \tag{8}$$

где x_{ij} – значение j-й независимой переменной в i-м наблюдении;

e_i – отклонение расчетного значения стоимостного показателя от фактического (используемого для построения регрессионного уравнения).

Для удобства записи математических выкладок введем обозначения:

a – вектор оценок параметров,

$$\mathbf{a} = \begin{vmatrix} a_0 \\ a_1 \\ . \\ . \\ . \\ a_m \end{vmatrix};$$

c – вектор значений зависимой переменной,

$$\mathbf{C} = \begin{vmatrix} c_0 \\ c_1 \\ . \\ . \\ . \\ c_m \end{vmatrix};$$

X – матрица значений независимых переменных размерностью $n \times m$,

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1m} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2m} \\ . & . & . & & . \\ . & . & . & \dots & . \\ . & . & . & & . \\ 1 & x_{n-1} & x_{n-2} & \dots & x_{nm} \end{bmatrix};$$

e – вектор отклонений,

$$\mathbf{e} = \begin{vmatrix} e_0 \\ e_1 \\ . \\ . \\ . \\ e_m \end{vmatrix}.$$

Используя введенные обозначения, формулу (8) запишем в виде:

$$\mathbf{C} = \mathbf{Xa} + \mathbf{e}.$$

Сумма квадратов отклонений расчетных значений стоимостных показателей от их фактических значений определяется по формуле:

$$Q = \sum e_i^2 = e^T e = (\mathbf{C} - \mathbf{Xa})^{\mathbf{T}} (\mathbf{C} - \mathbf{Xa}) =$$

$$= \mathbf{C}^{\mathbf{T}}\mathbf{C} - \mathbf{a}^{\mathbf{T}}\mathbf{X}^{\mathbf{T}}\mathbf{C}^{\mathbf{T}} - \mathbf{C}^{\mathbf{T}}\mathbf{Xa} + \mathbf{a}^{\mathbf{T}}\mathbf{X}^{\mathbf{T}}\mathbf{Xa}. \quad (9)$$

Символ «Т» означает операцию транспонирования вектора или матрицы.

Так как $\mathbf{a}^{\mathbf{T}}\mathbf{X}^{\mathbf{T}}\mathbf{C} = \mathbf{C}^{\mathbf{T}}\mathbf{Xa}$, то выражение (9) принимает вид:

$$Q = \mathbf{C}^{\mathbf{T}}\mathbf{C} - 2\mathbf{a}^{\mathbf{T}}\mathbf{X}^{\mathbf{T}}\mathbf{C} + \mathbf{a}^{\mathbf{T}}\mathbf{X}^{\mathbf{T}}\mathbf{Xa}. \quad (10)$$

Для нахождения значений параметров уравнения регрессии, минимизирующих сумму квадратов отклонений, осуществляется дифференцирование выражения (10) по a. В результате получим:

$$\frac{\partial Q}{\partial a} = -2\mathbf{X}^{\mathbf{T}}\mathbf{C} + 2\left(\mathbf{X}^{\mathbf{T}}\mathbf{X}\right)\mathbf{a}. \quad (11)$$

Приравняв выражение (11) к нулю, получим:

$$\mathbf{X}^{\mathbf{T}}\mathbf{C} = \mathbf{X}^{\mathbf{T}}\mathbf{Xa}, \quad (12)$$

откуда

$$\mathbf{a} = \left(\mathbf{X}^{\mathbf{T}}\mathbf{X}\right)^{-1} \cdot \mathbf{X}^{\mathbf{T}}\mathbf{C}. \quad (13)$$

Матрица $\mathbf{X}^{\mathbf{T}}\mathbf{X}$ и вектор $\mathbf{X}^{\mathbf{T}}\mathbf{C}$ определяются следующим образом:

$$\mathbf{X}^{\mathrm{T}}\mathbf{X} = \begin{bmatrix} n & \sum x_{i1} & \dots & \sum x_{im} \\ \sum x_{i1} & \sum x_{i1}^2 & \dots & \sum x_{i1}x_{im} \\ . & . & & . \\ . & . & \dots & . \\ . & . & & . \\ \sum x_{im} & \sum x_{i1}x_{im} & \dots & \sum x_{im}^2 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{X}^{\mathrm{T}}C = \begin{bmatrix} \sum c_i \\ \sum c_i x_{i1} \\ . \\ . \\ . \\ \sum c_i x_{im} \end{bmatrix}.$$

Точность прогнозирования затрат на ПМ является динамической характеристикой регрессионной модели и снижается при приближении к границам области используемых исходных данных. Регрессионные зависимости могут использоваться для оценки затрат на создание образца ВВТ в «эволюционном» варианте.

Для иллюстрации сказанного рассмотрим ось времени с выделенными отрезками, на каждом из которых осуществляется создание образца ВВТ в «эволюционном» варианте, а на его границах происходят скачки, обусловленные «революционными» изменениями в конструктивно-компоновочных решениях образца ВВТ. На рисунке 1 приведена динамика затрат на реализацию мероприятий на различных отрезках времени развития ВВТ.

Заметим, что на отрезках времени «эволюционного» развития ВВТ для описания динамики затрат в зависимости от тактико-технических характеристик образца ВВТ и/или времени могут использоваться линейные, параболические и др. виды зависимостей.

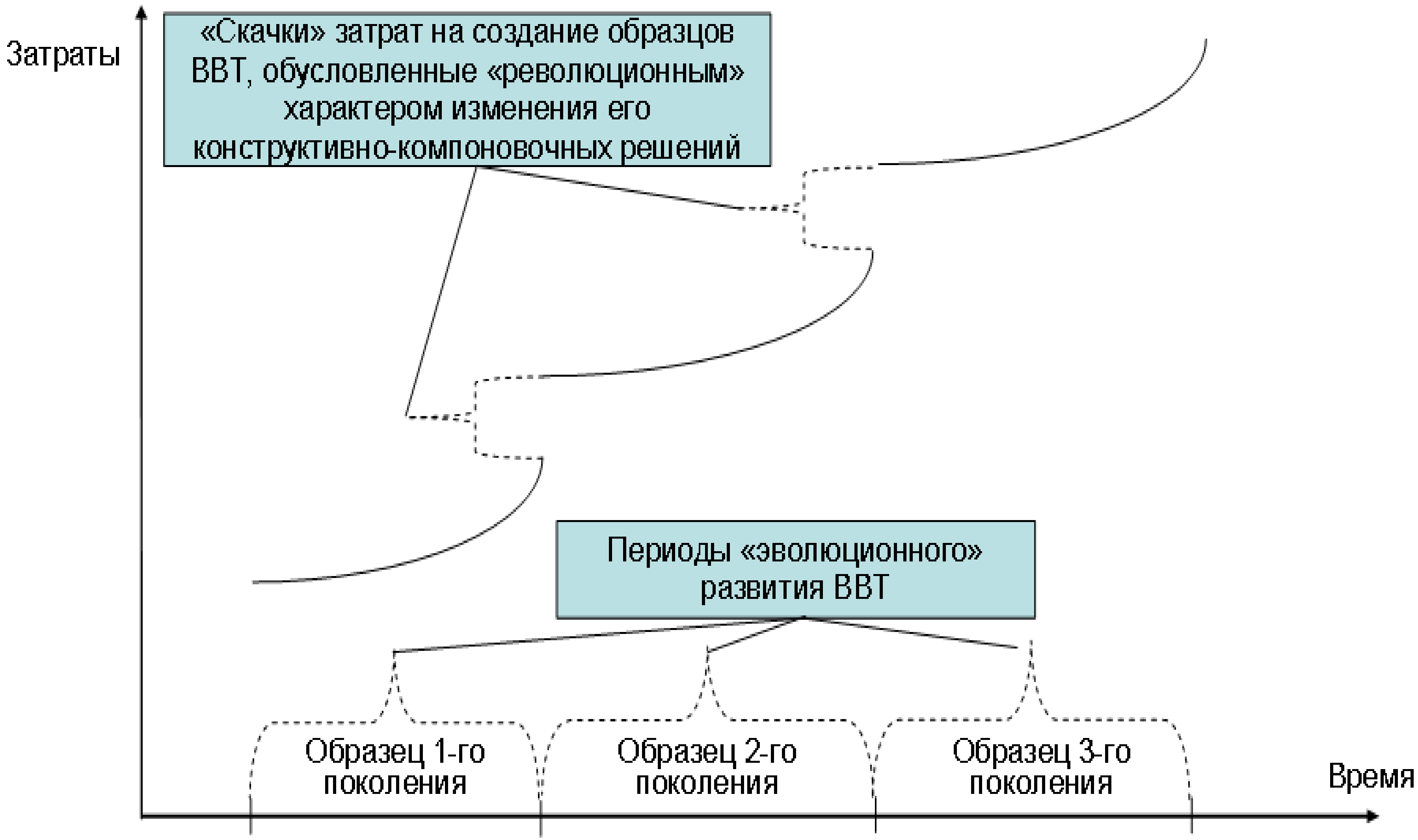

Рисунок 1 – Динамика затрат на реализацию программных мероприятий на различных отрезках времени развития ВВТ

Применение их на указанном отрезке времени обеспечивает приблизительно одинаковую точность оценки затрат, которая может характеризоваться интервалом возможных значений стоимостного показателя, соответствующим заданной доверительной вероятности. Другими словами, на эволюционных участках развития ВВТ сопоставимые по точности оценки достигаются для достаточно широкого круга зависимостей, что иллюстрируется рисунком 2.

Однако при выходе за границы отрезка $\left[X_1, X_2\right]$, на котором осуществляется «эволюционное» развитие образца, точность оценки значительно снижается, что обусловлено неопределенностью динамики затрат при «революционном» изменении конструктивно-компоновочных решений ВВТ.

На рисунке 2 показано, что выход на его границу приводит к принципиальным расхождениям в оценках затрат, полученных с использованием различных зависимостей, которые на отрезке времени $\left[X_1, X_2\right]$ были приемлемыми. Снижение точности оценок при выходе из интервала $\left[X_1, X_2\right]$ характеризуется увеличением доверительной области, что снижает качество прогноза.

<u>Третьим видом экономико-математических моделей, нашедшим широкое применение при прогнозировании затрат на реализацию мероприятий</u>, связанных как с модернизацией образцов ВВТ, так и их полномасштабной разработкой, являются модели вида:

$$C\left(t_p\right) = K\left(t, t_p\right) \sum_{i=1}^{N} V_i\, \overline{C}_i\left(t\right), \qquad (14)$$

где N – количество элементов затрат;

V_i – показатель, характеризующий объем работ, который необходимо выполнить для реализации мероприятия;

$\overline{C}_i\left(t\right)$ – удельные фактические затраты (в ценах t -го года), приходящиеся на единицу объема работ.

Рисунок 2 – Динамика области возможных значений стоимостных показателей, соответствующих определений доверительной вероятности

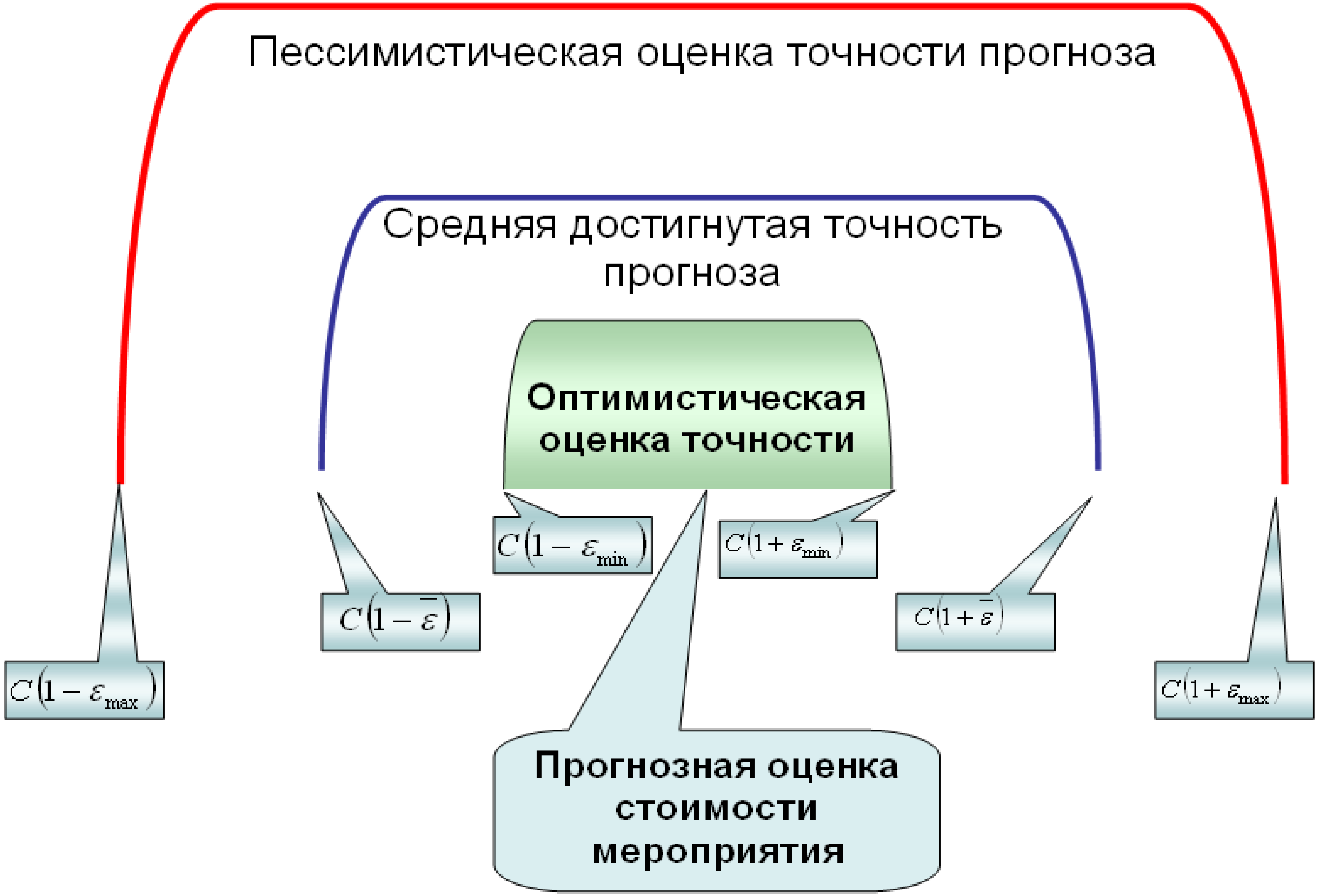

Рисунок 3 – Диапазоны изменения стоимостных показателей мероприятий

Для оценки точности прогнозирования стоимостных показателей программных мероприятий используются дисперсия и среднее квадратическое отклонение, методы расчета которых определяются видом рассмотренных выше экономико-математических моделей.

Если для прогнозирования затрат на реализацию программного мероприятия используется *формула (2)*, то дисперсия и среднее квадратическое отклонение рассчитываются по формулам:

$$D\left[C_{ПОМ}\left(t_p\right)\right]=\left[C_{ПОМ}\left(t\right)\right]^2 D\left[K\left(t,t_p\right)\right], \tag{15}$$

$$\sigma\left[C_{ПОМ}\left(t_p\right)\right]=C_{ПОМ}\left(t\right)\sigma\left[K\left(t,t_p\right)\right]. \tag{16}$$

При прогнозировании затрат на реализацию программного мероприятия с использованием *формулы (3)* для оценки дисперсии и среднего квадратического отклонения применяются формулы, полученные на основе правила определения дисперсии суммы случайных величин [1]:

$$D\left[C_{ПОМ}\left(t_p\right)\right]=\sum_{t=t_H}^{t_P}\left[C_{ПОМ}\left(t\right)\right]^2 D\left[K\left(t,t_p\right)\right]+$$
$$+2C_{ПОМ}\left(t_H\right)C_{ПОМ}\left(t_H+1\right)\operatorname{cov}\left[K\left(t_H,t_p\right),K\left(t_H+1,t_p\right)\right]+\ldots+$$
$$+2C_{ПОМ}\left(t_P-1\right)C_{ПОМ}\left(t_P\right)\operatorname{cov}\left[K\left(t_P-1,t_p\right),K\left(t_P,t_p\right)\right], \tag{17}$$

$$\sigma\left[C_{ПОМ}\left(t_p\right)\right]=\sqrt{\begin{aligned}&\sum_{t=t_H}^{t_P}\left[C_{ПОМ}\left(t\right)\right]^2 D\left[K\left(t,t_p\right)\right]+\\&+2C_{ПОМ}\left(t_H\right)C_{ПОМ}\left(t_H+1\right)\operatorname{cov}\left[K\left(t_H,t_p\right),K\left(t_H+1,t_p\right)\right]+\ldots+\\&+2C_{ПОМ}\left(t_P-1\right)C_{ПОМ}\left(t_P\right)\operatorname{cov}\left[K\left(t_P-1,t_p\right),K\left(t_P,t_p\right)\right]\end{aligned}}. \tag{18}$$

Вторая часть суммы в формуле (17) содержит все возможные слагаемые вида $2C_{ПОМ}(i)C_{ПОМ}(j)\operatorname{cov}\left[K\left(i,t_p\right),K\left(j,t_p\right)\right]$, причем $i<j$.

Если предположить, что $K\left(i,t_p\right)$ и $K\left(j,t_p\right)$ для $i\neq j$ независимы или слабо зависимы, то выражения (17) и (18) принимают вид:

$$D\left[C_{ПОМ}\left(t_p\right)\right]=\sum_{t=t_H}^{t_P}\left[C_{ПОМ}\left(t\right)\right]^2 D\left[K\left(t,t_p\right)\right], \quad (19)$$

$$\sigma\left[C_{ПОМ}\left(t_p\right)\right]=\sqrt{\sum_{t=t_H}^{t_P}\left[C_{ПОМ}\left(t\right)\right]^2 D\left[K\left(t,t_p\right)\right]}. \quad (20)$$

Так как $K\left(t_p,t_p\right)\equiv 1$, то $D\left[K\left(t_p,t_p\right)\right]=0$. Учитывая это, выражения (19) и (20) можно переписать в виде:

$$D\left[C_{ПОМ}\left(t_p\right)\right]=\sum_{t=t_H}^{t_P-1}\left[C_{ПОМ}\left(t\right)\right]^2 D\left[K\left(t,t_p\right)\right], \quad (21)$$

$$\sigma\left[C_{ПОМ}\left(t_p\right)\right]=\sqrt{\sum_{t=t_H}^{t_P-1}\left[C_{ПОМ}\left(t\right)\right]^2 D\left[K\left(t,t_p\right)\right]}. \quad (22)$$

Если для прогнозирования затрат на реализацию программного мероприятия используется *формула (4)*, то для оценки дисперсии применяется формула:

$$D\left[C_{M\,j}\left(t_p\right)\right]=\left[C_{ПР\,\xi}\left(t\right)\right]^2 D\left[a_{j\xi}\,K\left(t,t_p\right)\right]. \quad (23)$$

Коэффициенты $K\left(t,t_p\right)$ и $a_{j\xi}$ можно рассматривать как независимые, так как они отражают различные аспекты ценообразования – конъюнктуру цен и соотношение затрат на выполнение работ различной сложности (модернизация существующего образца ВВТ и полномасштабная разработка образца нового поколения), соответственно. Поэтому справедливо равенство:

$$D\left[a_{j\xi}\,K\left(t,t_p\right)\right]=D\left[a_{j\xi}\right] D\left[K\left(t,t_p\right)\right]+M\left[a_{j\xi}\right]^2 D\left[K\left(t,t_p\right)\right]+$$
$$+M\left[K\left(t,t_p\right)\right]^2 D\left[a_{j\xi}\right], \quad (24)$$

где $M\left[a_{j\xi}\right]$ и $M\left[K\left(t,t_p\right)\right]$ – математические ожидания коэффициентов $K\left(t,t_p\right)$ и $a_{j\xi}$, соответственно.

Подставляя выражение (24) в формулу (23) получаем зависимости для оценки дисперсии и среднего квадратического отклонения:

$$D\left[C_{M\ j}\left(t_p\right)\right]=\left[C_{ПР\ \xi}\left(t\ \right)\right]^2\ \left\{D\left[a_{j\xi}\right]\ D\left[K\ \left(t\ ,t_p\right)\right]+\right.$$

$$\left.+M\left[a_{j\xi}\right]^2 D\left[K\ \left(t\ ,t_p\right)\right]+M\left[K\ \left(t\ ,t_p\right)\right]^2 D\left[a_{j\xi}\right]\right\}, \tag{25}$$

$$\sigma\left[C_{M\ j}\left(t_p\right)\right]=C_{ПР\ \xi}\left(t\ \right)\sqrt{D\left[a_{j\xi}\right]\ D\left[K\ \left(t\ ,t_p\right)\right]+ +M\left[a_{j\xi}\right]^2 D\left[K\ \left(t\ ,t_p\right)\right]+M\left[K\ \left(t\ ,t_p\right)\right]^2 D\left[a_{j\xi}\right]\}}. \tag{26}$$

Для оценки дисперсии затрат на реализацию программного мероприятия, рассчитанных по *формуле (5)*, перепишем ее в виде:

$$C_{M\ j}\left(t_p\right)=\sum_{t=t_H}^{t_P} C_{ПР\ \xi}\left(t\ \right)\ a_{j\xi}\ K\ \left(t\ ,t_p\right)\ . \tag{27}$$

Используя правило определения дисперсии суммы случайных величин, значение $D\left[C_{M\ j}\left(t_p\right)\right]$ можно рассчитать по формуле:

$$D\left[C_{M\ j}\left(t_p\right)\right]=\sum_{t=t_H}^{t_P}\left[C_{ПР\ \xi}\left(t\ \right)\right]^2\ D\left[a_{j\xi}\ K\ \left(t\ ,t_p\right)\right]+$$

$$+2C_{ПР\ \xi}\left(t_H\right)C_{ПР\ \xi}\left(t_H+1\right)\mathrm{cov}\left[a_{j\xi}\ K\ \left(t_H,t_p\right),a_{j\xi}\ K\ \left(t_H+1,t_p\right)\right]+\ldots+$$

$$+2C_{ПР\ \xi}\left(t_P-1\right)C_{ПР\ \xi}\left(t_P\right)\mathrm{cov}\left[a_{j\xi}\ K\ \left(t_P-1,t_p\right),a_{j\xi}\ K\ \left(t_P,t_p\right)\right]. \tag{28}$$

Вторая часть суммы в формуле (28) содержит все возможные слагаемые вида $2C_{ПР\ \xi}(i)C_{ПР\ \xi}(l)\mathrm{cov}\left[a_{j\xi}\ K\ \left(i,t_p\right),a_{j\xi}\ K\ \left(l,t_p\right)\right]$, причем $i<l$.

Аналитическое выражение для расчета среднего квадратического отклонения имеет вид:

$$\sigma\left[C_{M\ j}\left(t_p\right)\right]=\sqrt{\sum_{t=t_H}^{t_P}\left[C_{ПР\ \xi}\left(t\ \right)\right]^2\ D\left[a_{j\xi}\ K\ \left(t\ ,t_p\right)\right]+ +2C_{ПР\ \xi}\left(t_H\right)C_{ПР\ \xi}\left(t_H+1\right)\mathrm{cov}\left[a_{j\xi}\ K\ \left(t_H,t_p\right),a_{j\xi}\ K\ \left(t_H+1,t_p\right)\right]+\ldots+ +2C_{ПР\ \xi}\left(t_P-1\right)C_{ПР\ \xi}\left(t_P\right)\mathrm{cov}\left[a_{j\xi}\ K\ \left(t_P-1,t_p\right),a_{j\xi}\ K\ \left(t_P,t_p\right)\right]}. \tag{29}$$

Если предположить, что $a_{j\xi}\,K\left(i,t_p\right)$ и $a_{j\xi}\,K\left(l,t_p\right)$ для $i \neq l$ независимы или слабо зависимы, то выражения (28) и (29) принимают вид:

$$D\left[C_{M\ j}\left(t_p\right)\right]=\sum_{t=t_H}^{t_P}\left[C_{ПР\ \xi}\left(t\right)\right]^2 D\left[a_{j\xi}\,K\left(t,t_p\right)\right], \qquad (30)$$

$$\sigma\left[C_{M\ j}\left(t_p\right)\right]=\sqrt{\sum_{t=t_H}^{t_P}\left[C_{ПР\ \xi}\left(t\right)\right]^2 D\left[a_{j\xi}\,K\left(t,t_p\right)\right]}. \qquad (31)$$

Как отмечалось выше коэффициенты $K\left(t,t_p\right)$ и $a_{j\xi}$ можно рассматривать как независимые. Поэтому, используя выражение (24), формулы (30) и (31) можно записать в виде:

$$D\left[C_{M\ j}\left(t_p\right)\right]=\sum_{t=t_H}^{t_P}\left[C_{ПР\ \xi}\left(t\right)\right]^2 \left\{D\left[a_{j\xi}\right]D\left[K\left(t,t_p\right)\right]+\right.$$
$$\left.+M\left[a_{j\xi}\right]^2 D\left[K\left(t,t_p\right)\right]+M\left[K\left(t,t_p\right)\right]^2 D\left[a_{j\xi}\right]\right\}, \qquad (32)$$

$$\sigma\left[C_{M\ j}\left(t_p\right)\right]=\sqrt{\sum_{t=t_H}^{t_P}\left[C_{ПР\ \xi}\left(t\right)\right]^2 \left\{D\left[a_{j\xi}\right]D\left[K\left(t,t_p\right)\right]+ M\left[a_{j\xi}\right]^2 D\left[K\left(t,t_p\right)\right]+M\left[K\left(t,t_p\right)\right]^2 D\left[a_{j\xi}\right]\right\}}. \qquad (33)$$

При прогнозировании затрат на реализацию программного мероприятия по *формуле (6)*, то для оценки дисперсии применяется формула:

$$D\left[C_{ПР\ j}\left(t_p\right)\right]=\left[C_{ПР\ \xi}\left(t\right)\right]^2 D\left[b_{j\xi}\,K\left(t,t_p\right)\right]. \qquad (34)$$

Коэффициенты $K\left(t,t_p\right)$ и $b_{j\xi}$ можно рассматривать как независимые, так как они отражают различные аспекты ценообразования – конъюнктуру цен и соотношение затрат на выполнение работ по созданию образцов ВВТ различных поколений, соответственно.

Поэтому справедливо равенство:

$$D\left[b_{j\xi}\,К\left(t,t_p\right)\right]=D\left[b_{j\xi}\right]D\left[К\left(t,t_p\right)\right]+M\left[b_{j\xi}\right]^2 D\left[К\left(t,t_p\right)\right]+$$

$$+M\left[К\left(t,t_p\right)\right]^2 D\left[b_{j\xi}\right], \qquad (35)$$

где $M\left[b_{j\xi}\right]$ и $M\left[К\left(t,t_p\right)\right]$ – математические ожидания коэффициентов $К\left(t,t_p\right)$ и $b_{j\xi}$, соответственно.

Подставляя выражение (35) в формулу (34), получаем зависимости для оценки дисперсии и среднего квадратического отклонения:

$$D\left[C_{ПР\ j}\left(t_p\right)\right]=\left[C_{ПР\ \xi}\left(t\right)\right]^2\left\{D\left[b_{j\xi}\right]D\left[К\left(t,t_p\right)\right]+\right.$$

$$\left.+M\left[b_{j\xi}\right]^2 D\left[К\left(t,t_p\right)\right]+M\left[К\left(t,t_p\right)\right]^2 D\left[b_{j\xi}\right]\right\}, \qquad (36)$$

$$\sigma\left[C_{ПР\ j}\left(t_p\right)\right]=C_{ПР\ \xi}\left(t\right)\sqrt{D\left[b_{j\xi}\right]D\left[К\left(t,t_p\right)\right]+ \atop +M\left[b_{j\xi}\right]^2 D\left[К\left(t,t_p\right)\right]+M\left[К\left(t,t_p\right)\right]^2 D\left[b_{j\xi}\right]\}}. \qquad (37)$$

Для оценки дисперсии величины затрат на реализацию программного мероприятия, *полученной по формуле (7)*, указанное выражение запишем в виде:

$$C_{ПР\ j}\left(t_p\right)=\sum_{t=t_H}^{t_P}C_{ПР\ \xi}\left(t\right)\,b_{j\xi}\,К\left(t,t_p\right). \qquad (38)$$

Используя правило определения дисперсии суммы случайных величин, значение $D\left[C_{ПР\ j}\left(t_p\right)\right]$ можно рассчитать по формуле:

$$D\left[C_{ПР\ j}\left(t_p\right)\right]=\sum_{t=t_H}^{t_P}\left[C_{ПР\ \xi}\left(t\right)\right]^2 D\left[b_{j\xi}\,К\left(t,t_p\right)\right]+$$

$$+2C_{ПР\ \xi}\left(t_H\right)C_{ПР\ \xi}\left(t_H+1\right)\mathrm{cov}\left[b_{j\xi}\,К\left(t_H,t_p\right),b_{j\xi}\,К\left(t_H+1,t_p\right)\right]+\ldots+$$

$$+2C_{ПР\ \xi}\left(t_P-1\right)C_{ПР\ \xi}\left(t_P\right)\mathrm{cov}\left[b_{j\xi}\,К\left(t_P-1,t_p\right),b_{j\xi}\,К\left(t_P,t_p\right)\right]. \qquad (39)$$

Вторая часть суммы в формуле (39) содержит все возможные слагаемые вида $2C_{ПР\,\xi}(i)C_{ПР\,\xi}(l)\operatorname{cov}\left[b_{j\xi}\,K\,(i,t_p),b_{j\xi}\,K\,(l,t_p)\right]$, причем $i<l$.

Аналитическое выражение для расчета среднего квадратического отклонения имеет вид:

$$\sigma\left[C_{ПР\,j}(t_p)\right]=\sqrt{\begin{aligned}&\sum_{t=t_H}^{t_P}\left[C_{ПР\,\xi}(t)\right]^2 D\left[b_{j\xi}\,K\,(t,t_p)\right]+\\&+2C_{ПР\,\xi}(t_H)C_{ПР\,\xi}(t_H+1)\operatorname{cov}\left[b_{j\xi}\,K\,(t_H,t_p),b_{j\xi}\,K\,(t_H+1,t_p)\right]+\ldots+\\&+2C_{ПР\,\xi}(t_P-1)C_{ПР\,\xi}(t_P)\operatorname{cov}\left[b_{j\xi}\,K\,(t_P-1,t_p),b_{j\xi}\,K\,(t_P,t_p)\right]\end{aligned}}\,. \qquad (40)$$

Если предположить, что $b_{j\xi}\,K\,(i,t_p)$ и $b_{j\xi}\,K\,(l,t_p)$ для $i\neq l$ независимы или слабо зависимы, то выражения (39) и (40) принимают вид:

$$D\left[C_{ПР\,j}(t_p)\right]=\sum_{t=t_H}^{t_P}\left[C_{ПР\,\xi}(t)\right]^2 D\left[b_{j\xi}\,K\,(t,t_p)\right], \qquad (41)$$

$$\sigma\left[C_{ПР\,j}(t_p)\right]=\sqrt{\sum_{t=t_H}^{t_P}\left[C_{ПР\,\xi}(t)\right]^2 D\left[b_{j\xi}\,K\,(t,t_p)\right]}\,. \qquad (42)$$

Как отмечалось выше, коэффициенты $K\,(t,t_p)$ и $b_{j\xi}$ можно рассматривать как независимые. Поэтому используя выражение (35), формулы (41) и (42) можно записать в виде:

$$\begin{aligned}D\left[C_{ПР\,j}(t_p)\right]=&\sum_{t=t_H}^{t_P}\left[C_{ПР\,\xi}(t)\right]^2\Big\{D\left[b_{j\xi}\right]D\left[K\,(t,t_p)\right]+\\&+M\left[b_{j\xi}\right]^2 D\left[K\,(t,t_p)\right]+M\left[K\,(t,t_p)\right]^2 D\left[b_{j\xi}\right]\Big\},\end{aligned} \qquad (43)$$

$$\sigma\left[C_{ПР\ j}\left(t_p\right)\right]=\sqrt{\sum_{t=t_H}^{t_P}\left[C_{ПР\ \xi}(t)\right]^2\left\{D\left[b_{j\xi}\right]D\left[K\left(t,t_p\right)\right]+M\left[b_{j\xi}\right]^2D\left[K\left(t,t_p\right)\right]+M\left[K\left(t,t_p\right)\right]^2D\left[b_{j\xi}\right]\right\}}. \quad (44)$$

Для определения значения дисперсии и среднего квадратического отклонения затрат, спрогнозированных *по формуле (8)*, воспользуемся правилом определения дисперсии суммы случайных величин. В соответствии с этим правилом, значение $D\left[C\left(t_p\right)\right]$ можно рассчитать по формуле:

$$D\left[C\left(t_p\right)\right]=\sum_{i=1}^{N}\left[\overline{C}_i(t)\right]^2 D\left[V_i\ K\left(t,t_p\right)\right]+ 2\overline{C}_1(t)\overline{C}_2(t)\operatorname{cov}\left[V_1\ K\left(t,t_p\right),V_2\ K\left(t,t_p\right)\right]+\ldots+ 2\overline{C}_{N-1}(t)\overline{C}_N(t)\operatorname{cov}\left[V_{N-1}\ K\left(t,t_p\right),V_N\ K\left(t,t_p\right)\right]. \quad (45)$$

Вторая часть суммы в формуле (45) содержит все возможные слагаемые вида $2\overline{C}_i(t)\overline{C}_l(t)\operatorname{cov}\left[V_i\ K\left(t,t_p\right),V_l\ K\left(t,t_p\right)\right]$, причем $i<l$.

Аналитическое выражение для расчета среднего квадратического отклонения имеет вид:

$$\sigma\left[C\left(t_p\right)\right]=\sqrt{\sum_{i=1}^{N}\left[\overline{C}_i(t)\right]^2 D\left[V_i\ K\left(t,t_p\right)\right]+ 2\overline{C}_1(t)\overline{C}_2(t)\operatorname{cov}\left[V_1\ K\left(t,t_p\right),V_2\ K\left(t,t_p\right)\right]+\ldots+ 2\overline{C}_{N-1}(t)\overline{C}_N(t)\operatorname{cov}\left[V_{N-1}\ K\left(t,t_p\right),V_N\ K\left(t,t_p\right)\right]}. \quad (46)$$

Если предположить, что $V_i\ K\left(t,t_p\right)$ и $V_l\ K\left(t,t_p\right)$ для $i\neq l$ независимы или слабо зависимы, то выражения (45) и (46) принимают вид:

$$D\left[C\left(t_p\right)\right]=\sum_{i=1}^{N}\left[\overline{C}_i(t)\right]^2 D\left[V_i\ K\left(t,t_p\right)\right], \quad (47)$$

$$\sigma\left[C\left(t_p\right)\right]=\sqrt{\sum_{i=1}^{N}\left[\overline{C}_i\left(t\right)\right]^2 D\left[V_i\ K\left(t,t_p\right)\right]}\ . \qquad (48)$$

Коэффициент $K\left(t,t_p\right)$ и параметр V_i можно рассматривать как независимые, так как они имеют различное смысловое содержание. Поэтому справедливо равенство:

$$D\left[V_i\ K\left(t,t_p\right)\right]=D\left[V_i\right]D\left[K\left(t,t_p\right)\right]+M\left[V_i\right]^2 D\left[K\left(t,t_p\right)\right]+$$
$$+M\left[K\left(t,t_p\right)\right]^2 D\left[V_i\right], \qquad (49)$$

где $M\left[V_i\right]$ – математическое ожидание параметра V_i .

Используя выражение (49), формулы (47) и (48) можно записать в виде:

$$D\left[C\left(t_p\right)\right]=\sum_{i=1}^{N}\left[\overline{C}_i\left(t\right)\right]^2\left\{D\left[V_i\right]D\left[K\left(t,t_p\right)\right]+\right.$$
$$\left.+M\left[V_i\right]^2 D\left[K\left(t,t_p\right)\right]+M\left[K\left(t,t_p\right)\right]^2 D\left[V_i\right]\right\}, \qquad (50)$$

$$\sigma\left[C\left(t_p\right)\right]=\sqrt{\sum_{i=1}^{N}\left[\overline{C}_i\left(t\right)\right]^2\left\{D\left[V_i\right]D\left[K\left(t,t_p\right)\right]+M\left[V_i\right]^2 D\left[K\left(t,t_p\right)\right]+M\left[K\left(t,t_p\right)\right]^2 D\left[V_i\right]\right\}}\ . \qquad (51)$$

Рассмотрим случай, когда прогнозирование затрат на реализацию программного мероприятия осуществляется с использованием регрессионной зависимости, например, *формулы (7а)*. В векторном виде процесс формирования стоимостных показателей описывается выражением:

$$\mathbf{C}=\mathbf{Xa}+\boldsymbol{\varepsilon}\ , \qquad (52)$$

где $\boldsymbol{\varepsilon}$ – вектор ошибок прогнозирования стоимостных показателей,

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{vmatrix} \varepsilon_0 \\ \varepsilon_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \varepsilon_m \end{vmatrix}.$$

Предположим, что выполняются следующие гипотезы, имеющие важное значение для оценки параметров регрессии и точности прогнозирования стоимостных показателей:

1. Ошибка прогнозирования (ε_i) стоимостного показателя является случайной величиной, имеющей нормальное распределение.

Предположение о том, что ошибки ε_i нормально распределены, не является необходимым условием для оценки коэффициентов регрессии, однако оно необходимо как для получения доверительных интервалов отдельных параметров коэффициентов регрессии и уравнения регрессии в целом, так и при проверке гипотез о значимости (существенности) коэффициентов регрессии.

2. Математическое ожидание ошибки равно нулю, то есть $M(\varepsilon_i) = 0$.

3. Ошибки ε_i имеют одинаковую дисперсию, то есть $\sigma_\varepsilon^2 = const$.

4. Ошибки ε_{i1} и ε_{i2} не коррелируют для $i_1 \neq i_2$, то есть ковариация случайных ошибок ε_{i1} и ε_{i2} равна нулю:

$$\operatorname{cov}(\varepsilon_{i1}, \varepsilon_{i2}) = M(\varepsilon_{i1} \cdot \varepsilon_{i2}) = 0.$$

5. Матрица **X** состоит из линейно-независимых векторов-столбцов, т. е. между векторами $x_1, x_2, ..., x_m$ нет линейных зависимостей. Последнее обстоятельство эквивалентно тому, что ранг матрицы **X** равен *m,* а это в свою очередь означает, что $\left|\mathbf{X}^T\mathbf{X}\right| \neq 0$, т. е. матрица $\mathbf{X}^T\mathbf{X}$ обратима. Матрица **X** не содержит ошибок.

Если сделанные предположения выполняются, то получаемые с использованием МНК оценки являются несмещенными, состоятельными и эффективными. Доказательства указанных свойств оценок МНК приведено в работе Дж. Кади [2].

Матрица ковариаций оценок $\mathbf{a}$ имеет вид:

$$\mathbf{cov}(\mathbf{a}) = \mathbf{M}\left[(\mathbf{a}-\alpha)(\mathbf{a}-\alpha)^{\mathbf{T}}\right]. \tag{53}$$

Из (52) и (13) следует, что

$$\mathbf{a} = \left(\mathbf{X}^{\mathbf{T}}\mathbf{X}\right)^{-1}\mathbf{X}^{\mathbf{T}}\mathbf{C} = \left(\mathbf{X}^{\mathbf{T}}\mathbf{X}\right)^{-1}\mathbf{X}^{\mathbf{T}}\left(\mathbf{X}\alpha+\varepsilon\right) = \alpha + \left(\mathbf{X}^{\mathbf{T}}\mathbf{X}\right)^{-1}\mathbf{X}^{\mathbf{T}}\varepsilon,$$

откуда

$$\mathbf{a} - \alpha = \left(\mathbf{X}^{\mathbf{T}}\mathbf{X}\right)^{-1}\mathbf{X}^{\mathbf{T}}\varepsilon. \tag{54}$$

После подстановки (53) в выражение (54) получаем:

$$\mathbf{cov}(\mathbf{a}) = \mathbf{M}\left[\left(\mathbf{X}^{\mathbf{T}}\mathbf{X}\right)^{-1}\mathbf{X}^{\mathbf{T}}\varepsilon\cdot\varepsilon^{\mathbf{T}}\mathbf{X}\left(\mathbf{X}^{\mathbf{T}}\mathbf{X}\right)^{-1}\right] = \mathbf{M}\left(\varepsilon\varepsilon^{\mathbf{T}}\right)\cdot\left(\mathbf{X}^{\mathbf{T}}\mathbf{X}\right)^{-1}. \tag{55}$$

В матрице $\mathbf{M}\left(\boldsymbol{\varepsilon\varepsilon}^{\mathbf{T}}\right)$ все элементы, не лежащие на главной диагонали, равны нулю (в силу сделанного предположения, что ошибки не коррелируют между собой). Поскольку все ошибки имеют одинаковую дисперсию, то

$$\mathbf{M}\left(\boldsymbol{\varepsilon\varepsilon}^{\mathbf{T}}\right) = \boldsymbol{\sigma}^{\mathbf{2}}\cdot\mathbf{I}, \tag{56}$$

где $\mathbf{I}$ – единичная матрица.

После подстановки значения $\mathbf{M}\left(\boldsymbol{\varepsilon\varepsilon}^{\mathbf{T}}\right)$ в (55) получим

$$\mathbf{cov}(\mathbf{a}) = \boldsymbol{\sigma}^{\mathbf{2}}\cdot\left(\mathbf{X}^{\mathbf{T}}\mathbf{X}\right)^{-1}. \tag{57}$$

Матрица ковариаций $\mathbf{cov}(\mathbf{a})$ не может быть точно определена, поскольку в нее помимо обратной матрицы $\left(\mathbf{X}^{\mathbf{T}}\mathbf{X}\right)^{-1}$ входит в качестве множителя дисперсия ошибок σ^2, значение которой неизвестно.

В качестве статистической оценки σ^2 используется наблюдаемая дисперсия ошибок:

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} e_i}{n-m-1} . \qquad (58)$$

Знаменатель этой формулы представляет собой число степеней свободы, которое равно числу наблюдений минус число параметров в уравнении регрессии. Полученная с использованием выражения (58) оценка является несмещенной и состоятельной [2].

В силу того, что a_i – несмещенные оценки некоторых неизвестных параметров, то оценка затрат C представляет собой среднее значение затрат. Поскольку a_i случайные величины, то оценки затрат C также являются случайными и имеет дисперсию:

$$D(C) = D(a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + ... + a_m x_m) . \qquad (59)$$

Используя теорему о дисперсии суммы зависимых величин и воспользовавшись матричной записью, выражение (59) принимает вид:

$$D(C) = x_P^T \operatorname{cov}(a) x_P , \qquad (60)$$

где $x_P = (1\ x_{p1}\ x_{p2}\ x_{pm})$ – вектор заданных значений независимых переменных.

Подставив выражение (57) в (60), получим

$$D(c) = \sigma^2 \mathbf{x_P^T} \left(\mathbf{X^T X}\right)^{-1} \mathbf{x_P} . \qquad (61)$$

Используя значение s^2, полученное по формуле (58), получаем:

$$D(c) = s^2 \mathbf{x_p^T} \left(\mathbf{X^T X}\right)^{-1} \mathbf{x_P} , \qquad (62)$$

$$s(c) = s\ \sqrt{\mathbf{x_p^T} \left(\mathbf{X^T X}\right)^{-1} \mathbf{x_P}} . \qquad (63)$$

Для определения значений дисперсий параметров, входящих в формулы (15), (16), (21), (22), (25), (26), (32), (33), (36), (37), (43), (44), (50), (51), а также для непосредственного определения средних квадратических отклонений стоимостных показателей мероприятий, когда применить аналитические зависимости (15) – (51) не представляется возможным, используется следующий подход.

От ожидаемого значения затрат на реализацию мероприятия (НИОКР, закупка и ремонт образца ВВТ) влево и вправо экспертами откладываются отрезки длиной ΔC, соответствующие максимальному практически возможному отклонению от него. В результате будет сформирован диапазон случайных отклонений затрат от ожидаемого значения.

В соответствии с правилом «трех сигм» [3] практически все возможные значения (с точностью до долей процента) попадают в интервал от минус 3σ до плюс 3σ

$$\left[C \ -3\sigma, C \ +3\sigma\right],$$

где C – прогнозное значение затрат на реализацию мероприятия.

Оценка среднего квадратического отклонения осуществляется по формуле:

$$\sigma = \frac{\Delta C}{3} \ . \qquad (64)$$

Указанный подход может быть использован также при прогнозировании затрат методом удельных показателей, бального, агрегатного и других методов.

Изложенный методический аппарат оценки точности определения затрат на реализацию ПМ позволяет, исходя из вида используемой экономико-математической модели, состава имеющейся информации о фактических затратах по ранее выполненным работам и их прогнозным оценкам, выбрать тот или иной подход к оценке точности прогнозирования стоимостных показателей программных мероприятий. Это будет способствовать повышению уровня реализуемости программных мероприятий и эффективности использования финансовых ресурсов, выделяемых на развитие вооружение и военной техники.

Список использованных источников:

1. Смирнов Н.В., Дунин-Барковский И.В. Краткий курс математической статистики для технических предложений. – М.: Физматгиз. 1959.
2. Кади Дж. Количественные методы в экономике. – М.: Прогресс. 1977.
3. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. – М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1962.