

УДК 330.42

**Н.В. ФИРОВ**, доктор  
экономических наук,  
профессор

**А.Н. ФИРОВ**, кандидат  
экономических наук

## МЕТОДИЧЕСКИЕ ПОЛОЖЕНИЯ ПОСТРОЕНИЯ МНОГОФАКТОРНЫХ ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ПРИ ОГРАНИЧЕННОМ ОБЪЕМЕ ИСХОДНЫХ ДАННЫХ

*В статье предложены методические положения разработки многофакторных экономико-математических моделей в условиях существенного ограничения объема исходных данных. Формулы расчета коэффициентов для рассмотренных в статье линейной и степенной функций получены в результате решения системы уравнений, отражающих принятое допущение, что отношение частной производной функции по одному из факторов к частной производной функции по другому фактору равно отношению коэффициентов важности этих факторов, установленных по результатам обработки данных экспертного опроса. Построенные таким образом частные модели для всех парных сочетаний изделий сводятся по предложенному в статье алгоритму к единой итоговой модели. Методические положения имеют высокий уровень обобщения и могут быть реализованы не только применительно к линейной и степенной функциям, но и в отношении моделей других видов. Приведен пример построения двухфакторной модели для одного из видов изделий ракетно-космической техники.*

**Ключевые слова:** экономико-математическая модель; неопределенность; коэффициент важности; корреляционный и регрессионный анализы.

Вопросам прогнозирования посвящено множество работ, где решались как общетеоретические [например, 1-4], так и специфические задачи [5-7 и др.]. Тем не менее, по ряду направлений и аспектов еще остались нерешенные вопросы. Это относится в том числе к методическому обеспечению прогнозирования затрат на разработку, производство и эксплуатацию образцов ВВТ (в дальнейшем стоимостных показателей).

Изменения в системе ценообразования, значительное снижение объема и темпов работ по созданию перспективных образцов ВВТ, их систем и агрегатов (в дальнейшем изделий) существенно отразились на объеме актуализированных статистических данных, используемых при стоимостных оценках. Несмотря на множество способов приведения стоимостных показателей к единым сопоставимым условиям, объем выборки, как правило, является недостаточным для применения методов

корреляционного и регрессионного анализов. Проблема ограниченности исходных данных усугубляется тем, что стоимостные показатели рассматриваемых изделий зависят, как правило, от множества факторов, а построение адекватных многофакторных моделей, в свою очередь, требует дальнейшего увеличения необходимого объема исходных данных.

Указанные трудности при построении многофакторных моделей обусловили широкое применение на практике чрезмерно упрощенных моделей, что негативно отражается на достоверности прогнозных оценок и, как следствие, обоснованности принимаемых решений в области развития ВВТ.

Сложившееся положение обусловило актуальность важной научно-практической задачи разработки новых нетрадиционных подходов к построению многофакторных экономико-математических моделей прогнозирования стоимостных показателей изделий в условиях недостаточной информации для применения статистических методов ее обработки.

Здесь, в первую очередь, следует смягчить проблему неопределенности, которая как объективный фактор всегда присутствует при исследовании экономических процессов. При этом, как известно, объективную неопределенность невозможно устранить ни углубленным анализом, ни усложнением математического аппарата. Здесь требуется поиск дополнительной информации, ранее не используемой при построении таких моделей, и способов ее учета.

Один из подходов к частичному разрешению указанной проблемы при разработке экономико-математических моделей прогнозирования стоимостных показателей изделий предложен в работе [8], где рекомендуется использовать дополнительную информацию по результатам обработки данных экспертного опроса. В работе показано, что «для построения адекватной модели и проведения на ее основе достаточно корректного прогноза, достаточно знать лишь тип (вид) зависимости между анализируемыми величинами. Переход от качественных описаний закономерностей к формированию количественных отношений между величинами на точном математическом языке может быть осуществлен непосредственно при построении моделей». В качестве типовых моделей рассмотрены линейные и степенные зависимости, наиболее часто используемые в практике оценки и прогнозирования стоимостных показателей.

Сравнительный анализ степеней влияния факторов на функцию, с одной стороны, можно провести на основе сопоставления частных производных функции. С другой стороны, такое сопоставление можно провести на основе обработки данных экспертного опроса на предмет важности факторов в плане их влияния на стоимостные показатели изделий. Очевидно, что результаты анализов указанными способами должны быть идентичны (сопоставимы). Исходя из этого, делается очевидное допущение: «соотношения коэффициентов важности факторов, установленных по результатам обработки данных экспертного опроса, равно отношению частных производных функции по этим параметрам» [8].

Рассмотрим два вида моделей:  
степенную

$$C = b_0 \cdot P_1^{b_1} \cdot P_2^{b_2} \cdot \dots \cdot P_i^{b_i} \cdot \dots \cdot P_n^{b_n}, \quad (1)$$

линейную

$$C = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i \cdot P_i, \quad (2)$$

где  $C$  – некоторый экономический показатель (затраты на разработку изделия, затраты на его производство, трудоемкость изготовления изделия и т.п.);

$\{P_i\}$  – характеристики изделия,  $i = \overline{1, n}$ ;

$a_0, b_0, a_i, b_i$ , – коэффициенты.

Примем, что в результате обработки данных экспертного опроса известны коэффициенты относительной важности характеристик ( $V_i, i = \overline{1, n}$ ), отражающие степень их влияния на показатель « $C$ » и удовлетворяющие условию:

$$\sum_{i=1}^n V_i = 1. \quad (3)$$

С учетом введенных обозначений принятое допущение имеет вид:

$$\frac{V_j}{V_i} = \frac{dC/dP_j}{dC/dP_i}, \quad i = \overline{1, n}; \quad j = \overline{1, n}. \quad (4)$$

Введем такое понятие, как «нормированный коэффициент относительной важности характеристики» – ( $W_{j/i}$ ). Это показатель приведения коэффициента важности  $j$ -й характеристики к коэффициенту важности  $i$ -й характеристики, рассчитываемый по формуле:

$$W_{j/i} = \frac{V_j}{V_i}. \quad (5)$$

Рассмотрим степенную модель вида (1), в отношении которой условие (4) с учетом (5) примет вид:

$$W_{j/i} = \frac{b_j}{b_i} \cdot \frac{P_i}{P_j}. \quad (6)$$

Пусть имеются фактические данные по двум изделиям: «А» и «В». В результате решения системы уравнений:

$$C^A = b_0 \cdot \prod_{i=1}^n (P_i^A)^{b_i}; \quad C^B = b_0 \cdot \prod_{i=1}^n (P_i^B)^{b_i} \quad (7)$$

с учетом множества соотношений (6) можно определить значения коэффициентов  $b_0$ ,  $b_i$ :

$$b_i = \frac{\ln C^B - \ln C^A}{\frac{P_i^A}{P_i^B} \cdot \sum_{j=1}^n W_{j/i} \cdot \frac{P_j^B}{P_j^A} \cdot \ln \frac{P_j^B}{P_j^A}}, \quad (8)$$

$$b_0 = \frac{C^A}{\prod_{i=1}^n (P_i^A)^{b_i}}, \quad \text{либо} \quad b_0 = \frac{C^B}{\prod_{i=1}^n (P_i^B)^{b_i}}. \quad (9)$$

При применении линейной модели расчет коэффициентов  $a_0$  и  $a_i$  необходимо проводить по следующим формулам:

$$a_i = \frac{\Delta C}{\sum_{j=1}^n W_{j/i} \cdot \Delta P_j}, \quad \forall i = \overline{1, n}. \quad (10)$$

$$a_0 = C^B - \sum_{i=1}^n a_i \cdot P_i^B, \quad \text{либо} \quad a_0 = C^A - \sum_{i=1}^n a_i \cdot P_i^A, \quad (11)$$

где

$$\Delta C = |C^B - C^A|, \quad \Delta P_j = |P_j^B - P_j^A|. \quad (12)$$

Для определения коэффициентов относительной важности можно использовать любой из известных методов экспертного опроса. Однако полагаем, что лучше всего здесь применять метод собственных значений Т. Саати [9], где в основе определения коэффициентов важности характеристик лежат данные их парных сравнений, сформированные экспертами на основе использования вербально-числовых шкал. Это наиболее простая форма отражения предпочтений экспертов, а избыточная информация матриц снижает влияние ошибок элементарных операций сопоставления факторов.

Таким образом, для построения предложенным методом многофакторной зависимости стоимостного показателя от основных характеристик изделия требуются данные только по двум ранее разработанным образцам, что является его важнейшим и неоспоримым достоинством. Однако, если существует информация о третьем и последующих образцах, то она здесь оказывается невостребованной и при построении модели не используется.

Складывается ситуация, где, с одной стороны, для решения проблемы неопределенности и недостаточности данных для разработки моделей мы вынуждены использовать дополнительную информацию экспертного опроса. С другой стороны, имеющиеся фактические данные по ранее разработанным изделиям используются не в полном объеме.

Такое положение недопустимо. Один из способов использования всей имеющейся информации, которой, однако, еще недостаточно для применения корреляционного и регрессионного анализов предложен ниже.

Пусть имеются фактические данные по трем изделиям «А», «В» и «D».

На основе предложенного выше способа с использованием данных по парам изделий: «А»-«В», «А»-«D» и «В»-«D» можно построить три зависимости:  $C = f_{AB}(\{P_i\})$ ,  $C = f_{AD}(\{P_i\})$  и  $C = f_{BD}(\{P_i\})$ , соответственно.

Иллюстрация таких зависимостей в двухмерном пространстве представлена на рисунке 1.

Прогнозирование стоимостного показателя в данном случае можно проводить на основе всех трех моделей и получением в дальнейшем некоторой средней оценки. Однако более уместным представляется вывод некоторой единой модели:  $C = f^*(P)$ . Ее построение можно осуществить на основе методов корреляционного и регрессионного анализов вследствие увеличения массива исходных данных.

Как видно из рисунка 1, учет фактических данных по третьему проекту и полученные при этом зависимости позволяют расширить объем исходных данных для построения итоговой расчетной модели за счет трех дополнительных точек (проектов) с расчетными значениями стоимостного показателя:  $C_P^A$ ,  $C_P^B$ ,  $C_P^D$ .

При информации по четырем проектам объем исходных данных можно расширить до 16 позиций, а при наличии фактических данных по пяти проектам – до 35. Это обеспечит, как показывает опыт, построение приемлемых трех и шести факторных моделей, соответственно.

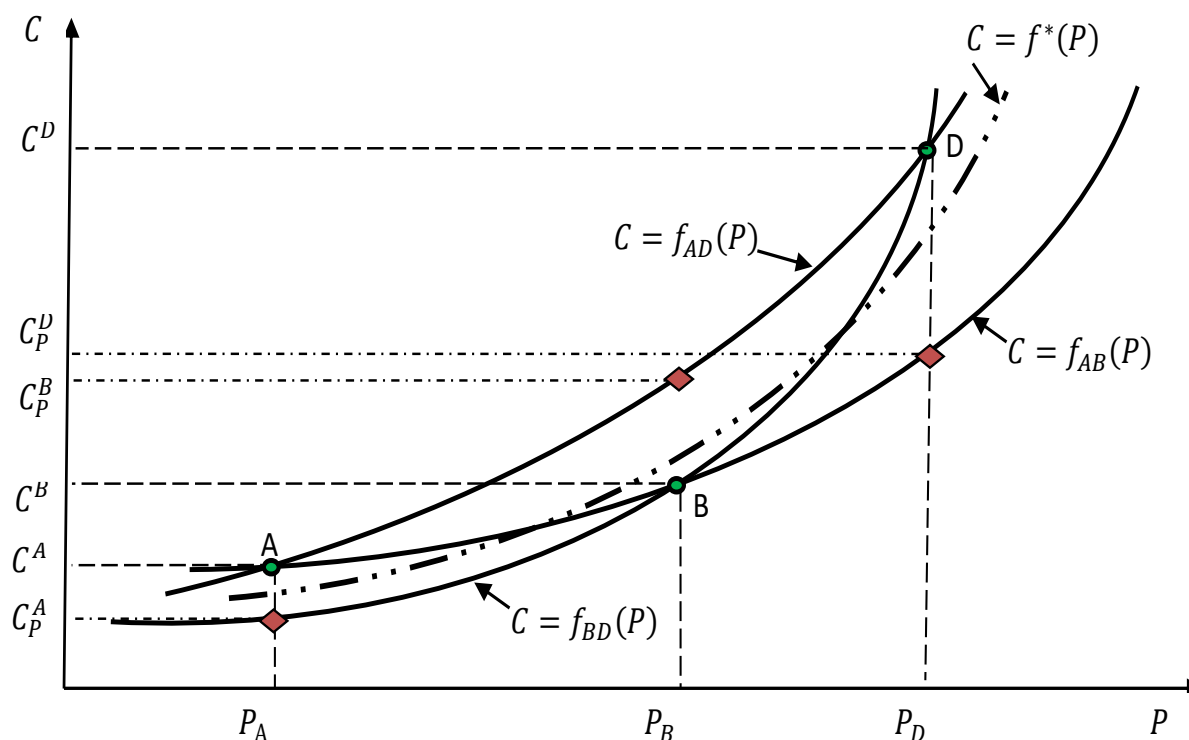


Рисунок 1 – Графическая иллюстрация зависимостей стоимостного показателя изделия от его характеристики

Ниже приведен пример разработки двухфакторной зависимости стоимостного показателя одного из изделий ракетно-космической техники от его характеристик при наличии данных по трем ранее реализованным проектам, представленным в таблице 1. При этом на основе данных экспертного опроса приняты следующие значения коэффициентов относительной важности характеристик:

$$V_{P_1} = 0,55; V_{P_2} = 0,45.$$

На основе приведенных данных для каждой пары наблюдений по формулам (8) и (9) можно рассчитать коэффициенты  $b_0$ ,  $b_1$ ,  $b_2$  и построить следующие зависимости:

$$C_{f_{AB}} = 8,00 \cdot P_1^{2,06} \cdot P_2^{1,13}, \quad (13)$$

$$C_{f_{BD}} = 8,16 \cdot P_1^{2,79} \cdot P_2^{0,81}, \quad (14)$$

$$C_{f_{AD}} = 9,05 \cdot P_1^{1,83} \cdot P_2^{1,16}. \quad (15)$$

Таблица 1 – Исходные данные для построения зависимостей стоимостного показателя изделия от его основных характеристик

Условное наименование изделия	Характеристики изделия, усл. ед.		
	$C_{\text{факт}}$	$P_1$	$P_2$
«А»	52,7	194,2	3
«В»	68,2	225	5
«D»	90,3	334	10

Тогда значения стоимостных показателей изделий «D», «А», «В», рассчитанные по формулам (13), (14) и (15), соответственно, составят:

$$C_p^D = 101,96; C_p^A = 57,44; C_p^B = 65,17.$$

Далее на основе традиционных способов с использованием соответствующего программного обеспечения, имея данные по шести проектам (три фактических и три расчетные), строится окончательная обобщенная зависимость стоимостного показателя от основных характеристик изделия –  $C = f^*(P)$ . Так, например, линейная модель в рассматриваемом случае будет иметь вид:

$$C = 31,13 + 0,045P_1 + 5,089P_2. \quad (16)$$

Совокупный коэффициент корреляции при этом достигает величины 0,995. Согласно критерию Фишера модель адекватна с гарантией 95%.

Следует отметить, что изложенный подход применим для построения моделей оценки и прогнозирования показателей не только экономического, а технического, социального и любого иного содержания. При этом могут использоваться не только линейные или степенные функции. Методические положения имеют высокий уровень обобщения и могут найти, по нашему мнению, широкое применение.

### Список использованных источников

1. Викулов С.Ф. Военно-экономический анализ. М.: Воениздат, 2001. – 350 с.
2. Глущенко В.В. Прогнозирование. М.: Вузовская книга, 2005. – 206 с.
3. Саркисян С.А., Ахундов В.М., Минаев Э.С. Большие технические системы. Анализ и прогноз развития. М.: Наука, 1977. – 350 с.
4. Кузык Б.Н, Кушилин В.И., Яковец Ю.В. Прогнозирование, стратегическое планирование и национальное программирование. – М.: Экономика, 2011. – 606 с.
5. Лавринов Г.А. Состояние и тенденции развития методов военно-экономического обеспечения реализации планов развития вооружения и военной техники // Вооружение и экономика. 2012. №4(20).
6. Нестеров А.А. Об оценке стоимости образца вооружения и военной техники с учетом коэффициента военно-технического уровня // Вооружение и экономика. 2017. №3.
7. Буренок В.М., Ивлев А.А., Корчак В.Ю. Программно-целевое планирование и управление созданием научно-технического задела для перспективного и нетрадиционного вооружения. М.: Издательский дом «Граница», 2007. – 408 с.
8. Фиров А.Н. Разработка экономико-математических моделей в условиях ограниченной статистической информации // Вопросы региональной экономики. 2010. №2.
9. Саати Т. Принятие решений. Метод анализа иерархий. М.: Радио и связь, 1993. – 316 с.