

УДК 623:658.562

К.А. ТАРАСЕНКО

## НАУЧНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ ПОДХОД К ОБОСНОВАНИЮ ТРЕБОВАНИЙ К ТЕХНИЧЕСКИМ ХАРАКТЕРИСТИКАМ ПЕРСПЕКТИВНЫХ СРЕДСТВ ТРАЕКТОРНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ<sup>1</sup>

*В статье сформулирована актуальная научно-техническая задача обоснования требований к техническим характеристикам наземных средств траекторных измерений, используемых в составе траекторных измерительных комплексов. Автором решается задача обоснования требований к значениям точности измерения первичных параметров средствами траекторных измерений для основных методов измерения параметров движения летательных аппаратов. Разработанная методика позволит принимать научно обоснованные решения при разработке технических заданий на создание перспективных средств траекторных измерений, а также при выборе средств траекторных измерений в процессе синтеза траекторных измерительных комплексов.*

**Ключевые слова:** траекторный измерительный комплекс; технические требования к средствам траекторных измерений; нелинейное математическое программирование; деформируемый многогранник.

В настоящее время существует актуальная научно-техническая задача обоснования требований к техническим характеристикам наземных средств траекторных измерений, используемых в составе траекторных измерительных комплексов в процессе обеспечения испытаний образцов вооружения, военной и специальной техники (ВВСТ).

До сих пор перспективные средства траекторных измерений (ТИ) разрабатывались, исходя из сравнения с техническими характеристиками зарубежных аналогов или путем модернизации существующих средств ТИ с учетом постепенного улучшения их технических характеристик, благодаря появлению более совершенных технологий и элементной базы. Научного подхода к обоснованию полного объема требований к техническим характеристикам перспективных средств ТИ до настоящего времени практически не существовало.

Задача обоснования требований к средствам траекторных измерений возникает при разработке технических заданий на создание перспективных средств ТИ, а также при выборе средств ТИ в процессе синтеза новых траекторных измерительных комплексов (ТИК) или при оснащении существующих ТИК для обеспечения испытаний перспек-

---

<sup>1</sup> За данную работу её автор 30 мая 2022 г. награждён грамотой за I место в конкурсе на лучшую научно-исследовательскую работу среди молодых учёных 46 ЦНИИ Минобороны России.

тивных образцов ВВСТ. При этом основными точностными (метрологическими) характеристиками таких средств являются требуемые значения вероятностных характеристик погрешностей измерения дальности до летательного аппарата (ЛА), радиальной скорости ЛА, требуемые значения погрешностей измерения азимута и угла места линии визирования на летательный аппарат по отношению к наземному средству ТИ.

Кроме того, важными техническими характеристиками средств ТИ являются требования к динамическим возможностям этих средств по отслеживанию ЛА на траекториях их полета по азимуту и углу места на эти летательные аппараты.

Данные требования вытекают из условий проведения испытаний перспективных образцов вооружения, а также из необходимости выполнения требований к траекторному измерительному комплексу, предъявляемых со стороны испытываемых образцов ВВСТ.

Наибольший интерес имеет место задача обоснования требований к значениям точности измерения средствами ТИ полученных ими первичных измерений.

В данной статье ограничимся рассмотрением задачи обоснования требований к характеристикам точности наземных средств ТИ, по выходной информации которых оцениваются координаты траекторий полета ЛА.

Наиболее важными из такого вида требований являются следующие: требуемое значение среднеквадратического отклонения (СКО) погрешности измерения дальности до сопровождаемого ЛА;

требуемые значения СКО погрешностей измерения значений азимута и угла места на сопровождаемый средством ТИ летательный аппарат;

требуемые значения СКО погрешностей измерения временных невязок между моментами прихода сигналов от территориально разнесенных передающих пунктов на бортовое приемное устройство летательного аппарата.

Поставленная задача ранее решалась в разработанном автором статьи методическом подходе к обоснованию требований к перспективным наземным средствам траекторных измерений по точности получения ими первичных измерений [1].

Однако, этот методический подход имеет ряд существенных недостатков:

обоснование требований к средствам ТИ проводилось в отрыве от используемых методов измерения параметров движения ЛА, что приводило к отсутствию учета методических погрешностей используемых методов измерения параметров движения ЛА;

в методическом подходе использовался алгоритм априорной оценки точности траекторного измерительного комплекса, что приводило к замешиванию в итоговых оценках параметров движения ЛА погрешностей измерения, несвойственных для рассматриваемого метода измерения первичных параметров и, в итоге, к погрешностям оценки искомых требований;

в существующем методическом подходе используется громоздкий метод Бокса-Уилсона решения оптимизационной задачи, связанный с планированием многофакторного модельного эксперимента, построением регрессионной модели и процессом движения по градиенту в поиске оптимального решения задачи.

Разработанная методика свободна от указанных недостатков.

Известно, что траекторный измерительный комплекс является обеспечивающей системой и предназначен для обеспечения испытаний систем вооружения. Поэтому обоснование требований к характеристикам точности определения первичных измерений средствами ТИ должно проводиться, исходя из требований, предъявляемых к ТИК со стороны испытываемых образцов ВВСТ. Такими требованиями, в частности, являются СКО погрешности измерения координат ЛА в полигонной системе координат  $(\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$ .

Суть предлагаемой методики состоит в следующем.

1. Имея в качестве исходных данных требования к точности измерения координат траекторий полета ЛА, необходимо оценить требования к точности определения первичных параметров, которые измеряются средствами траекторных измерений.

2. В качестве критерия оценки точности траекторного измерительного комплекса используется разработанный ранее интервальный показатель точности ТИК.

3. При обосновании требований к точности определения первичных параметров средствами ТИ рассматриваются три основных метода измерения параметров движения ЛА: дальномерный, угломерный и разностно-дальномерный. Эти методы измерения реализуются при использовании полученных значений первичных параметров, которые измеряются всеми существующими и перспективными средствами ТИ.

4. Искомые требования к точности измерения первичных параметров средствами ТИ определяются при условии, когда значение критерия точности ТИК достигает требуемых значений при высокой степени доверительной вероятности.

Наиболее достоверным критерием точности ТИК при решении рассматриваемой задачи является интервальный вероятностный показатель, представляющий собой вероятность попадания вектора  $\Delta\hat{\theta}(t)$  погрешности оценки вектора  $\hat{\theta}(t)$  координат ЛА в момент времени  $t$  в область требований  $B_{эл}$ , определяющей требуемую точность оценки траекторным измерительным комплексом координат ЛА, которая, как правило, выбирается в виде эллипсоида. Такой показатель точности ТИК подробно рассмотрен в работе [2].

В предположении, что случайные величины  $\hat{x}$ ,  $\hat{y}$  и  $\hat{z}$  оценок координат ЛА являются независимыми, имеют нормальный закон распределения в каноническом виде, то вероятность события, заключающегося в том, что случайный вектор  $\Delta\hat{\theta}(t)$  для рассматриваемого момента времени попадет в эллипсоид  $B_{эл}$  требований, определяется следующей формулой [2]:

$$P_{\Xi}\{\Delta\hat{\theta} \subset B_{эл}\} = \iiint_{B_{эл}} \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^3 \sigma_{\hat{x}}^{\oplus} \cdot \sigma_{\hat{y}}^{\oplus} \cdot \sigma_{\hat{z}}^{\oplus}} \left\{ \exp \left( -\frac{1}{2} \left[ \frac{(x-\delta_{\hat{x}})^2}{(\sigma_{\hat{x}}^{\oplus})^2} + \frac{(y-\delta_{\hat{y}})^2}{(\sigma_{\hat{y}}^{\oplus})^2} + \frac{(z-\delta_{\hat{z}})^2}{(\sigma_{\hat{z}}^{\oplus})^2} \right] \right) \right\} dx dy dz, \quad (1)$$

где  $\delta_{\hat{x}}$ ,  $\delta_{\hat{y}}$  и  $\delta_{\hat{z}}$  – систематические составляющие оценки погрешностей случайных величин  $\hat{x}$ ,  $\hat{y}$  и  $\hat{z}$  соответственно;

$\sigma_{\hat{x}}^{\oplus}$ ,  $\sigma_{\hat{y}}^{\oplus}$  и  $\sigma_{\hat{z}}^{\oplus}$  – главные СКО погрешностей оценки случайных величин  $\hat{x}$ ,  $\hat{y}$  и  $\hat{z}$  соответственно в заданной системе координат.

В математическом виде задачу обоснования требований к средствам ТИК можно записать в следующем виде:

$$\text{определить } \Xi^{(opt)}(t) = \underset{\Xi(t) \subset \Omega}{\text{Argmax}} \Psi(\Xi(t))$$

$$\text{при ограничении } P_{\Xi}(\Delta\hat{\theta}(t) \subset B_{эл}) = P_{\text{дов}},$$

где  $\Delta\hat{\theta}(t)$  – вектор погрешности оценки составляющих вектора  $\hat{\theta}(t)$  координат ЛА в момент времени  $t$ ;

$\Psi$  – функция, связывающая вероятность  $P_{\Xi}(\Delta\hat{\theta}(t) \subset B_{эл})$  с вектором  $\Xi(t)$  погрешностей измерения первичных параметров средствами ТИ;

$P_{\text{дов}}$  – значение доверительной вероятности, которая выбирается близкой к единице;

$\Omega$  – область изменения вектора  $\Xi(t)$  для точки траектории, где были получены измерения в момент времени  $t$ .

При обосновании требований к точностным характеристикам средств ТИ целесообразно рассматривать этот процесс во взаимосвя-

зи с основными методами измерения координат ЛА. Как было отмечено ранее, к числу таких методов можно отнести дальномерный метод, угломерный метод, а также разностно-дальномерный метод измерения параметров движения ЛА.

С целью устранения отмеченных выше недостатков обоснование требований к вероятностным характеристикам точности средств ТИ будем проводить с использованием алгоритма решения задачи нелинейного математического программирования с ограничением в виде равенства в области изменения исследуемого функционала, который разработан в работе [3]. Данный алгоритм является усовершенствованным алгоритмом, реализующим метод Нелдера и Мида [4], который, в свою очередь, применим только для решения классических задач безусловной оптимизации.

Рассмотрим суть данной методики обоснования технических требований к перспективным наземным средствам траекторных измерений по точности получения ими первичных измерений в случае использования *дальномерного метода измерения координат ЛА*.

Дальномерный метод измерения координат ЛА предполагает наличие трех территориально разнесенных дальномеров, сопровождающих один и тот же летательный аппарат.

В рассматриваемом методе измерения координаты ЛА определяются путем пересечения трех сфер с радиусами, равными наклонным дальностям от фазовых центров трех дальномеров до сопровождаемого ЛА. Однако вследствие того, что при пересечении трех сфер образуется две точки пересечения, этот метод имеет два решения.

Для получения расчетных формул определения координат  $x_{ЛА}, y_{ЛА}, z_{ЛА}$  летательного аппарата будем считать, что дальномеры находятся в местной топоцентрической системе координат  $O_{Г}X_{Г}Y_{Г}Z_{Г}$  в следующих точках  $(x_{1Г}, y_{1Г}, z_{1Г}), (x_{2Г}, y_{2Г}, z_{2Г}), (x_{3Г}, y_{3Г}, z_{3Г})$ . Известны также значения трех измеренных дальностей  $D_1, D_2, D_3$  в момент времени  $t$ .

Схема для пояснения принципа определения координат ЛА при дальномерном методе измерения приведена на рисунке 1.

Для удобства вычислений введем систему координат  $OXYZ$ , начало которой совпадает с точкой стояния одного из радиодальномеров.

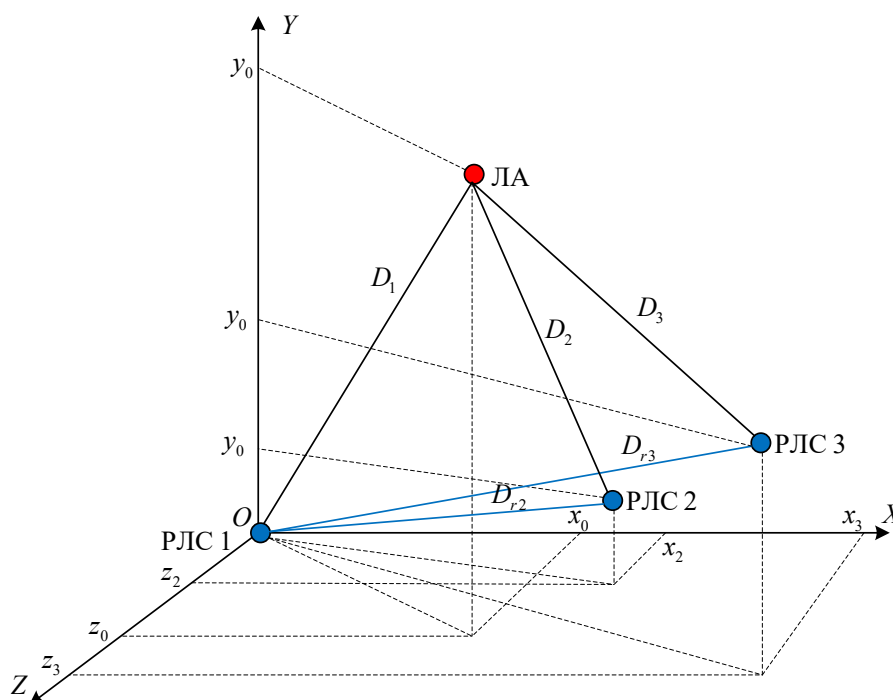


Рисунок 1 – Схема размещения дальномеров и сопровождаемого ЛА при дальномерном методе измерения координат

Координаты измерительных средств в новой системе координат определяются формулами:

$$x_1 = 0; \quad x_2 = x_{2Г} - x_{1Г}; \quad x_3 = x_{3Г} - x_{1Г}; \quad y_1 = 0; \quad y_2 = y_{2Г} - y_{1Г}; \\ y_3 = y_{3Г} - y_{1Г}; \quad z_1 = 0; \quad z_2 = z_{2Г} - z_{1Г}; \quad z_3 = z_{3Г} - z_{1Г}.$$

Получим уравнения для определения искомых координат  $x_{ЛА}, y_{ЛА}, z_{ЛА}$  ЛА в момент измерений  $t$  в системе координат  $OXYZ$ . Уравнения сферических поверхностей в этой системе имеют вид:

$$(x_{ЛА} - x_i)^2 + (y_{ЛА} - y_i)^2 + (z_{ЛА} - z_i)^2 = D_i^2, \quad i = 1, 2, 3. \quad (2)$$

Учитывая, что  $x_i^2 + y_i^2 + z_i^2 = D_{ri}^2$ , где  $D_{ri}$  – расстояние от начала координат до точки стояния  $i$ -го радиодальномера, систему уравнений (2) можно переписать в виде:

$$x_{ЛА}^2 + y_{ЛА}^2 + z_{ЛА}^2 = D_1^2; \\ x_2 \cdot x_{ЛА} + y_2 \cdot y_{ЛА} + z_2 \cdot z_{ЛА} = q_1; \\ x_3 \cdot x_{ЛА} + y_3 \cdot y_{ЛА} + z_3 \cdot z_{ЛА} = q_2, \quad (3)$$

где  $q_1 = (D_1^2 + D_{r2}^2 - D_2^2)/2$ ;  $q_2 = (D_1^2 + D_{r3}^2 - D_3^2)/2$ .

Последние два уравнения системы (3) представим в виде:

$$y_{ЛА} = \alpha_1 \cdot x_{ЛА} + b_1, \quad z_{ЛА} = \alpha_2 \cdot x_{ЛА} + b_2, \quad (4)$$

$$\text{где } \alpha_1 = \frac{x_3 \cdot z_2 - x_2 \cdot z_3}{y_2 \cdot z_3 - y_3 \cdot z_2}; \quad b_1 = \frac{q_1 \cdot z_3 - q_2 \cdot z_2}{y_2 \cdot z_3 - y_3 \cdot z_2}; \quad \alpha_2 = \frac{x_2 \cdot y_3 - x_3 \cdot y_2}{y_2 \cdot z_3 - y_3 \cdot z_2}; \quad b_2 = \frac{q_2 \cdot y_2 - q_1 \cdot y_3}{y_2 \cdot z_3 - y_3 \cdot z_2}.$$

Подставив выражение (4) в первое уравнение системы (3), получим

$$A \cdot x_{ЛА}^2 + 2 \cdot B \cdot x_{ЛА} + C = 0, \quad (5)$$

$$\text{где } A = 1 + a_1^2 + a_2^2; \quad B = a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2; \quad C = b_1^2 + b_2^2 - D_1^2.$$

Решение квадратного уравнения (5) находим по известной формуле

$$x_{ЛА} = \frac{1}{A} (-B \pm \sqrt{B^2 - A \cdot C}).$$

Подставляя полученные решения для  $x_{ЛА}$  в уравнения (4), определяем значения остальных неизвестных  $y_{ЛА}$  и  $z_{ЛА}$ . После этого можно рассчитывать координаты центра масс ЛА в местной топоцентрической системе координат следующим образом:

$$x_{ЛА\Gamma} = x_{1\Gamma} + x_{ЛА}; \quad y_{ЛА\Gamma} = y_{1\Gamma} + y_{ЛА}; \quad z_{ЛА\Gamma} = z_{1\Gamma} + z_{ЛА}. \quad (6)$$

С использованием метода получения косвенных оценок точности измерительной системы [5-7], используя выражения (6), можно записать следующие соотношения для определения среднеквадратических погрешностей оценки координат траекторий полета ЛА:

$$\sigma_x = \sqrt{\left(\frac{\partial x_{ЛА\Gamma}}{\partial D_1} \cdot \sigma_{D_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial x_{ЛА\Gamma}}{\partial D_2} \cdot \sigma_{D_2}\right)^2 + \left(\frac{\partial x_{ЛА\Gamma}}{\partial D_3} \cdot \sigma_{D_3}\right)^2};$$

$$\sigma_y = \sqrt{\left(\frac{\partial y_{ЛА\Gamma}}{\partial D_1} \cdot \sigma_{D_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial y_{ЛА\Gamma}}{\partial D_2} \cdot \sigma_{D_2}\right)^2 + \left(\frac{\partial y_{ЛА\Gamma}}{\partial D_3} \cdot \sigma_{D_3}\right)^2};$$

$$\sigma_z = \sqrt{\left(\frac{\partial z_{ЛА\Gamma}}{\partial D_1} \cdot \sigma_{D_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial z_{ЛА\Gamma}}{\partial D_2} \cdot \sigma_{D_2}\right)^2 + \left(\frac{\partial z_{ЛА\Gamma}}{\partial D_3} \cdot \sigma_{D_3}\right)^2},$$

где  $\sigma_{D_i}$  ( $i = \overline{1,3}$ ) – среднеквадратическая погрешность измерения дальности до ЛА  $i$ -го дальномера.



Приведем окончательные выражения для среднеквадратических погрешностей оценки координат траекторий полета ЛА:

$$\sigma_x = \sqrt{\sum_{i=1}^3 \left( \left( \frac{1}{A} \left( -B'_{D_i} \pm \frac{2 \cdot B \cdot B'_{D_i} - A \cdot C'_{D_i}}{2\sqrt{B^2 - A \cdot C}} \right) \right) \cdot \sigma_{D_i} \right)^2};$$

$$\sigma_y = \sqrt{\sum_{i=1}^3 \left( \left( \frac{\alpha_1}{A} \left( -B'_{D_i} \pm \frac{2 \cdot B \cdot B'_{D_i} - A \cdot C'_{D_i}}{2\sqrt{B^2 - A \cdot C}} \right) + (b_1)'_{D_i} \right) \cdot \sigma_{D_i} \right)^2};$$

$$\sigma_z = \sqrt{\sum_{i=1}^3 \left( \left( \frac{\alpha_2}{A} \left( -B'_{D_i} \pm \frac{2 \cdot B \cdot B'_{D_i} - A \cdot C'_{D_i}}{2\sqrt{B^2 - A \cdot C}} \right) + (b_2)'_{D_i} \right) \cdot \sigma_{D_i} \right)^2},$$

где

$$B'_{D_1} = \frac{D_1 \cdot (\alpha_1 \cdot (z_3 - z_2) + \alpha_2 \cdot (y_2 - y_3))}{y_2 \cdot z_3 - y_3 \cdot z_2}; C'_{D_1} = 2 \cdot D_1 \cdot \left( \frac{(z_3 - z_2) \cdot (q_1 \cdot z_3 - q_2 \cdot z_2) + (y_2 - y_3) \cdot (q_2 \cdot y_2 - q_1 \cdot y_3)}{(y_2 \cdot z_3 - y_3 \cdot z_2)^2} - 1 \right);$$

$$B'_{D_2} = \frac{D_2 \cdot (\alpha_2 \cdot y_3 - \alpha_1 \cdot z_3)}{y_2 \cdot z_3 - y_3 \cdot z_2}; C'_{D_2} = \frac{2 \cdot D_2}{(y_2 \cdot z_3 - y_3 \cdot z_2)^2} \cdot (y_3 \cdot (q_2 \cdot y_2 - q_1 \cdot y_3) - z_3 \cdot (q_1 \cdot z_3 - q_2 \cdot z_2));$$

$$B'_{D_3} = \frac{D_3 \cdot (\alpha_1 \cdot z_2 - \alpha_2 \cdot y_2)}{y_2 \cdot z_3 - y_3 \cdot z_2}; C'_{D_3} = \frac{2 \cdot D_3}{(y_2 \cdot z_3 - y_3 \cdot z_2)^2} \cdot (z_2 \cdot (q_1 \cdot z_3 - q_2 \cdot z_2) - y_2 \cdot (q_2 \cdot y_2 - q_1 \cdot y_3)).$$

Считая, что оси рассеяния эллипсоида требований параллельны осям координат, то значения среднеквадратических погрешностей  $\sigma_{\hat{x}}, \sigma_{\hat{y}}, \sigma_{\hat{z}}$  могут рассматриваться при вычислении интервального показателя точности ТИК в качестве главных среднеквадратических отклонений случайных величин  $\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$  и могут быть использованы при вычислении интервального показателя точности согласно выражению (1).

Введем вектор СКО погрешностей измерения первичных параметров средствами ТИ  $\Xi_D = [\sigma_{D_1}; \sigma_{D_2}; \sigma_{D_3}]^T$  при дальномерном методе измерения координат траекторий полета ЛА.

Апробация разработанной методики обоснования технических требований к техническим характеристикам наземных средств ТИ была проведена с использованием разработанного автором данной статьи алгоритма решения задачи нелинейного математического программирования с ограничением в виде равенства в области изменения исследуемого функционала  $P(\Xi_D)$  с использованием математического пакета программ Matlab [8].

Проверка работоспособности предложенной методики была проведена путем моделирования процесса нахождения значений СКО погрешностей измерения значений трех дальностей от РЛС до ЛА. Исходные данные, используемые при моделировании, приведены в таблице 1.



Таблица 1 – Содержание исходных данных для апробации разработанной методики при дальномерном методе измерения

Наименование характеристики	Обозначение	Численное значение
Координаты ЛА, км	$x_0, y_0, z_0$	20; 20; 20
Координаты измерителя №1, км	$x_1, y_1, z_1$	0; 0; 0
Координаты измерителя №2, км	$x_2, y_2, z_2$	40; 0; 0
Координаты измерителя №3, км	$x_3, y_3, z_3$	0; 0; 40
Дальность до ЛА, измеренная измерителем №1, км	$D_1$	34,6
Дальность до ЛА, измеренная измерителем №2, км	$D_2$	34,6
Дальность до ЛА, измеренная измерителем №3, км	$D_3$	34,6
Систематические погрешности по измерению координат ЛА, м	$\delta_x, \delta_y, \delta_z$	0; 0; 0
Требования по точности оценки координат ЛА (полуоси эллипсоида рассеяния), м	$a, b, c$	20; 20; 20
Требуемое значение доверительной вероятности	$P_{дог}$	0,85
Значения верхней и нижней границ заданного интервала	$G_{max}, G_{min}$	0,8525; 0,8475

Известно, что в прямоугольной системе координат трехмерного пространства представляется возможным отобразить зависимость функции только от двух значений переменных. В связи с этим было принято решение отобразить поверхность равного уровня, в каждой точке которой значение функционала  $P_{ЭД}\{\Delta\hat{\theta} \subset B_{эл}\}$  равно заданному значению доверительной вероятности  $P_{дог}$ , а по осям трехмерной системы координат откладываются величины  $\sigma_{D_1}, \sigma_{D_2}, \sigma_{D_3}$  СКО погрешностей измерения дальностей до ЛА каждым из трех измерителей. Таким образом, на рисунке 2 в трехмерной системе координат отображена зависимость значений функции  $P_{ЭД}\{\Delta\hat{\theta} \subset B_{эл}\}$  от трех переменных  $\sigma_{D_1}, \sigma_{D_2}, \sigma_{D_3}$ .

Моделирование работы рассмотренного алгоритма по определению требований к дальномерным средствам ТИ по точности измерения ими дальности до ЛА проводилось из начальной точки с координатами  $\sigma_{D_1}^{(0)} = 25$  м,  $\sigma_{D_2}^{(0)} = 25$  м,  $\sigma_{D_3}^{(0)} = 25$  м, в которой значение вектора  $\Xi_D^{(0)}$  является заведомо неприемлемо большим.

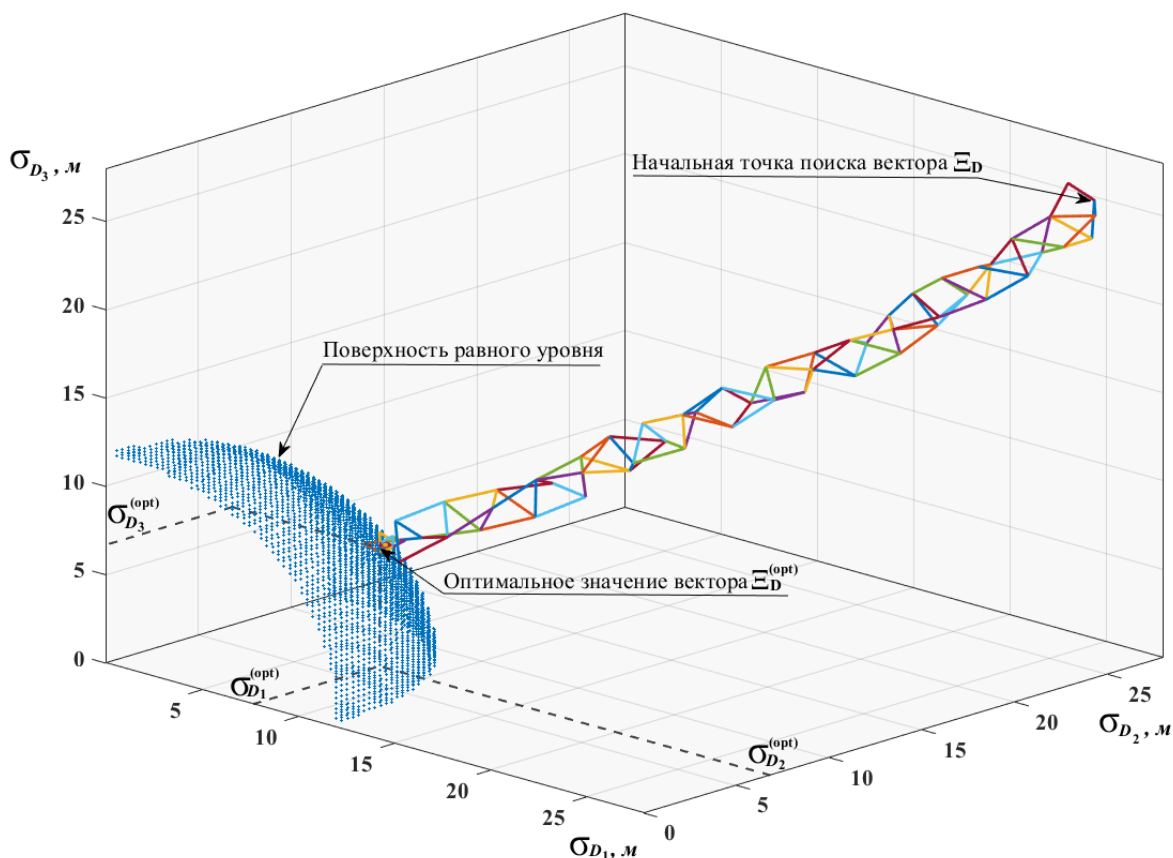


Рисунок 2 – Визуализация процесса поиска оптимального значения вектора  $\Xi_D^{(opt)}$

Значение функционала  $P_{\Xi_D} \{ \Delta \hat{\theta} \in B_{эл} \} = P(\Xi_D)$ , описанного выражением (1), в начальной точке поиска с указанными координатами равно 0,065.

Симплекс  $E$  для зондирования поведения функционала  $P(\Xi_D)$  при заданном расстоянии  $s$  между двумя вершинами симплекса, равном 2 м, имеет вид:

$$E^{(0)} = \begin{bmatrix} 25,0 & 26,9 & 25,5 & 25,5 \\ 25,0 & 25,5 & 26,9 & 25,5 \\ 25,0 & 25,5 & 25,5 & 26,9 \end{bmatrix}.$$

На первом этапе поиска оптимального решения были получены следующие значения функционала:

$$P^{(0)}(\Xi_D^{(1)}) = 0,065; P^{(0)}(\Xi_D^{(2)}) = 0,059; P^{(0)}(\Xi_D^{(3)}) = 0,061; P^{(0)}(\Xi_D^{(4)}) = 0,060.$$

После определения максимального и минимального значений функционала и вычисления центра «тяжести» симплекса выполнялась

операция «отражения» с дальнейшей деформацией многогранника (операции «растяжения», «сжатия» или редукции). После обновления значений функционала для новых вершин симплекса итерационный процесс поиска продолжался.

Оптимальные значения требований к точности рассматриваемых дальномерных измерительных каналов были получены после отработки алгоритмом шестидесяти трех циклов вычислений.

Полученные значения требований к дальномерным средствам ТИ по точности измерения ими дальности до ЛА после остановки итерационного процесса имели следующие значения:  $\sigma_{D_1}^{(opt)} = 7,7$  м,  $\sigma_{D_2}^{(opt)} = 6,8$  м,  $\sigma_{D_3}^{(opt)} = 6,7$  м. Полученное значение функционала  $P(\Xi_D^{(opt)}) = 0,8509$ .

Значение требований к дальномерным средствам ТИ по точности измерения ими дальности до ЛА  $\sigma_D^{(треб.)}$  для заданной точки траектории полета ЛА было определено из выражения

$$\sigma_D^{(треб.)} = \min\{\sigma_{D_1}^{(opt)}, \sigma_{D_2}^{(opt)}, \sigma_{D_3}^{(opt)}\} = 6,7 \text{ м.}$$

Далее алгоритм предусматривает нахождение требований к дальномерным средствам ТИ по точности измерения дальности до ЛА для различных точек плановых траекторий полета ЛА. Из всех найденных значений требований выбирается минимальное значение.

Рассмотрим применение методики обоснования технических требований к перспективным наземным средствам траекторных измерений по точности получения ими первичных измерений в случае использования *угломерного метода измерения координат ЛА*.

Угломерный метод основан на одновременном измерении углов визирования положения ЛА из двух различных точек. Реализация этого метода может быть обеспечена как на оптическом, так и на радиотехническом принципах измерений [9].

Измеряемыми первичными параметрами при угломерном методе являются углы азимута  $\beta$  и места  $\varepsilon$  на летательный аппарат из точки стояния измерительного средства.

Для определения местоположения ЛА на траектории его полета при угломерном методе измерения требуется найти координаты точки пересечения двух линий положения, то есть необходимо располагать информацией, полученной одновременно с двух измерительных пунктов.

Для получения соотношений, определяющих координаты ЛА, введем систему координат  $OXYZ$ , начало которой совпадает с точкой стояния одного из измерительных пунктов.

На рисунке 3 в координатах  $OXYZ$  показаны в двух проекциях расположение измерительных пунктов для угломерного метода измерения координат траекторий полета ЛА.

Соотношения для определения координат ЛА при угломерном методе измерений имеют следующий вид:

$$x = \frac{tg\beta_1 \cdot (x_2 + z_2 \cdot tg\beta_2)}{tg\beta_1 - tg\beta_2}; \quad y = \frac{tg\varepsilon_1 \cdot (x_2 + z_2 \cdot tg\beta_2)}{\cos\beta_1 \cdot (tg\beta_1 - tg\beta_2)}; \quad z = \frac{x_2 + z_2 \cdot tg\beta_2}{tg\beta_2 - tg\beta_1}.$$

Опуская громоздкий вывод соотношений для определения СКО оценки координат ЛА, сразу приведем вид частных производных для вычисления СКО углов визирования на ЛА  $(\sigma_{\beta_1}, \sigma_{\beta_2}, \sigma_{\varepsilon_1})$ :

$$\begin{aligned} \frac{\partial x_{ЛА}}{\partial \beta_1} &= \frac{x_2 + z_2 \cdot tg\beta_2}{\cos\beta_1 \cdot (tg\beta_1 - tg\beta_2)} \cdot \left( \frac{1}{\cos\beta_1} - \frac{tg\beta_1}{tg\beta_1 - tg\beta_2} \right); \\ \frac{\partial x_{ЛА}}{\partial \beta_2} &= \frac{tg\beta_1}{\cos^2\beta_2 \cdot (tg\beta_1 - tg\beta_2)} \cdot \left( z_2 - \frac{x_2 + z_2 \cdot tg\beta_2}{tg\beta_1 - tg\beta_2} \right); \\ \frac{\partial y_{ЛА}}{\partial \beta_1} &= \frac{tg\varepsilon_1 \cdot (x_2 + z_2 \cdot tg\beta_2)}{\cos\beta_1 \cdot (tg\beta_1 - tg\beta_2)} \cdot \left( tg\beta_1 - \frac{1}{\cos^2\beta_2 \cdot (tg\beta_1 - tg\beta_2)} \right); \\ \frac{\partial y_{ЛА}}{\partial \beta_2} &= \frac{tg\varepsilon_1}{\cos\beta_1 \cdot \cos^2\beta_2 \cdot (tg\beta_1 - tg\beta_2)} \cdot \left( z_2 + \frac{x_2 + z_2 \cdot tg\beta_2}{tg\beta_1 - tg\beta_2} \right); \\ \frac{\partial y_{ЛА}}{\partial \varepsilon_1} &= \frac{x_2 + z_2 \cdot tg\beta_2}{\cos\beta_1 \cdot \cos^2\varepsilon_1 \cdot (tg\beta_1 - tg\beta_2)}; \\ \frac{\partial z_{ЛА}}{\partial \beta_1} &= \frac{x_2 + z_2 \cdot tg\beta_2}{(\cos\beta_1 \cdot (tg\beta_1 - tg\beta_2))^2}; \\ \frac{\partial z_{ЛА}}{\partial \beta_2} &= \frac{1}{\cos^2\beta_2 \cdot (tg\beta_1 - tg\beta_2)} \cdot \left( -z_2 - \frac{x_2 + z_2 \cdot tg\beta_2}{(tg\beta_1 - tg\beta_2)^2} \right). \end{aligned}$$

Введем вектор СКО погрешностей измерения первичных параметров  $\Xi_U = [\sigma_{\beta_1}; \sigma_{\beta_2}; \sigma_{\varepsilon_1}]^T$  средствами ТИ при угломерном методе измерения координат траекторий полета ЛА.

Проверка работоспособности предложенной методики для угломерного метода измерения была проведена путем моделирования процесса нахождения значений требований к СКО погрешности измерения значений углов места и азимута на сопровождаемый ЛА. Исходные данные, используемые при моделировании, показаны в таблице 2.

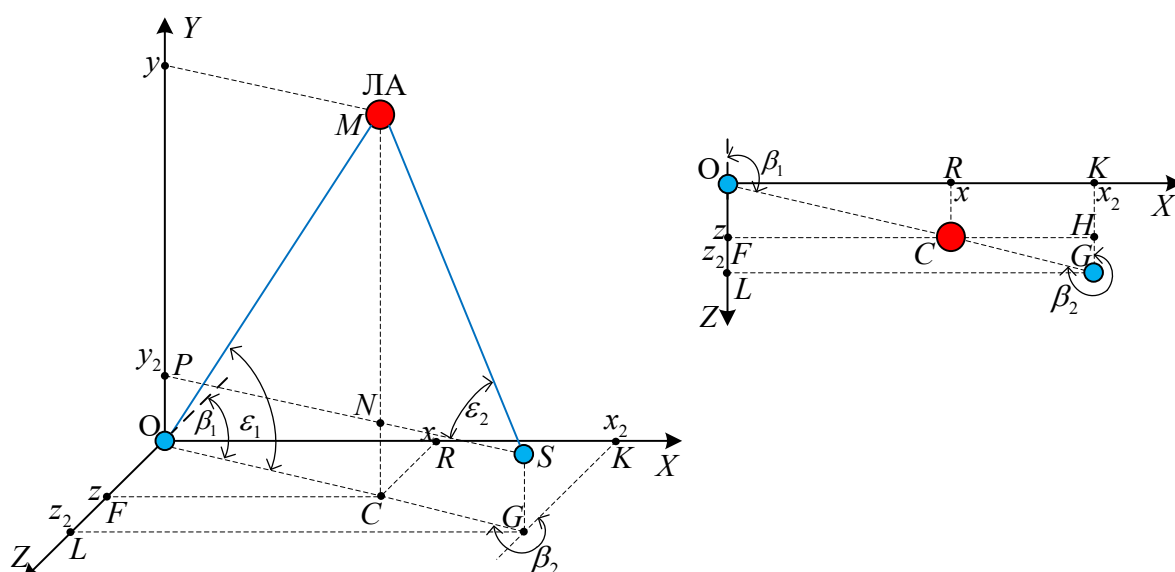


Рисунок 3 – Схема определения координат ЛА при угломерном методе измерения

Таблица 2 – Содержание исходных данных для апробации разработанной методики при угломерном методе измерения

Наименование характеристики	Обозначение	Численное значение
Координаты ЛА, км	$x_0, y_0, z_0$	14; 15; 18
Координаты измерителя №1, км	$x_1, y_1, z_1$	0; 0; 5
Координаты измерителя №2, км	$x_2, y_2, z_2$	32; 0,35; 29
Значение азимута, измеренного измерителем №1, градусов	$\beta_1$	142° 7'
Значение угла места, измеренного измерителем №1, градусов	$\varepsilon_1$	33° 20'
Значение азимута, измеренного измерителем №2, градусов	$\beta_2$	301° 25'
Значение угла места, измеренного измерителем №2, градусов	$\varepsilon_2$	34° 47'
Систематические погрешности по измерению координат ЛА, м	$\delta_{\hat{x}}, \delta_{\hat{y}}, \delta_{\hat{z}}$	0; 0; 0
Требования по точности оценки координат ЛА (полуоси эллипсоида рассеяния), м	$a, b, c$	5; 5; 5
Требуемое значение доверительной вероятности	$P_{\text{доп}}$	0,85
Значения верхней и нижней границ заданного интервала	$G_{\text{max}}, G_{\text{min}}$	0,855; 0,845

На рисунке 4 отображен процесс итерационного поиска оптимального значения вектора  $\Xi_U^{(opt)}$  для заданной точки траектории полета ЛА.

Моделирование работы рассмотренного алгоритма по определению требований к средствам ТИ по точности измерения ими углов визирования на ЛА проводилось из начальной точки с координатами  $\sigma_{\beta_1}^{(0)} = 15''$ ,  $\sigma_{\beta_2}^{(0)} = 15''$ ,  $\sigma_{\varepsilon_1}^{(0)} = 15''$ , где вектор  $\Xi_U^{(0)}$  имеет неприемлемо большое значение.

Полученные значения требований к средствам ТИ по точности измерения ими углов визирования на ЛА после остановки итерационного процесса имели следующие значения:  $\sigma_{\beta_1}^{(opt)} = 5,6''$ ,  $\sigma_{\beta_2}^{(opt)} = 6,9''$ ,  $\sigma_{\varepsilon_1}^{(opt)} = 12,8''$ . Значение функционала в точке оптимума  $P(\Xi_U^{(opt)}) = 0,8485$ .

Требования к средствам ТИ по точности измерения ими углов визирования на ЛА  $\sigma_U^{(треб.)}$  для заданной точки траектории полета ЛА было определено из выражения  $\sigma_U^{(треб.)} = \min\{\sigma_{\beta_1}^{(opt)}, \sigma_{\beta_2}^{(opt)}, \sigma_{\varepsilon_1}^{(opt)}\} = 5,6''$ .

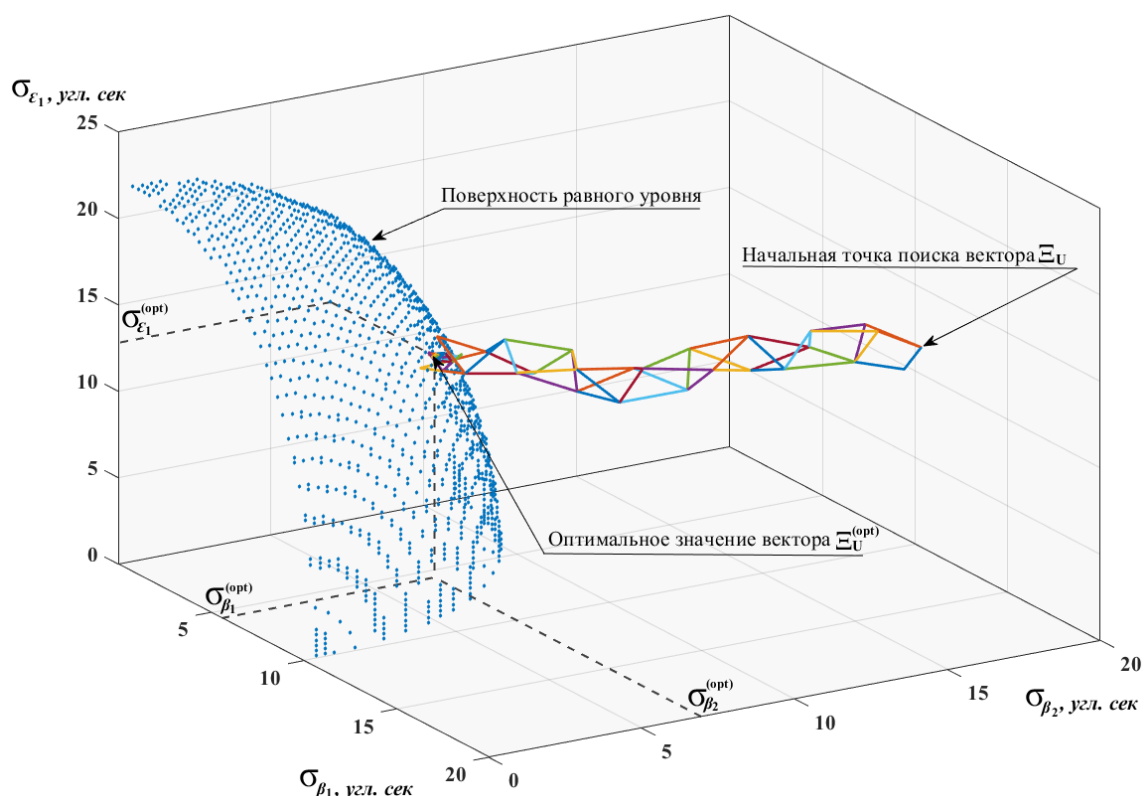


Рисунок 4 – Визуализация процесса поиска оптимального значения вектора  $\Xi_U^{(opt)}$

Далее алгоритм предусматривает нахождение требований к средствам ТИ по точности измерения ими углов азимута и места на ЛА для разных точек плановых траекторий полета ЛА. Из всех найденных значений требований выбирается минимальное значение.

Рассмотрим применение методики обоснования технических требований к перспективным наземным средствам траекторных измерений по точности получения ими первичных измерений в случае использования *разностно-дальномерного метода измерения координат ЛА*.

Разностно-дальномерный метод измерения координат ЛА позволяет оценить координаты ЛА по измеренным значениям временных невязок между моментами прихода сигналов от территориально разнесенных наземных передающих пунктов на бортовое приемное устройство летательного аппарата или по значениям разностей фаз прихода на это устройство гармонических колебаний. Преимущество разностно-дальномерного метода по сравнению с дальномерным и угломерными методами заключается в возможности получения многоканальных измерений по большому количеству ЛА.

На рисунке 5 показано расположение передающих пунктов измерительной системы, а также ЛА в пространстве.

Бортовое приемное устройство определяет разность времен приема сигналов  $\Delta t_{ij}$  от любой пары передающих пунктов. Координаты ЛА определяются путем вычисления места пересечения как минимум трех гиперболоидов, в фокусах которых расположены передающие пункты. В случае наличия четырех передающих пунктов представляется возможным определить координаты ЛА, который будет находиться в точке пересечения четырех гиперболоидов [10].

Соотношения для определения координат ЛА находятся, исходя из решения следующей системы уравнений:

$$\begin{cases} c \cdot \Delta t_{12} = \sqrt{(x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2 - (z_1 - z)^2} - \sqrt{(x_2 - x)^2 + (y_2 - y)^2 - (z_2 - z)^2} \\ c \cdot \Delta t_{13} = \sqrt{(x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2 - (z_1 - z)^2} - \sqrt{(x_3 - x)^2 + (y_3 - y)^2 - (z_3 - z)^2} \\ c \cdot \Delta t_{32} = \sqrt{(x_3 - x)^2 + (y_3 - y)^2 - (z_3 - z)^2} - \sqrt{(x_2 - x)^2 + (y_2 - y)^2 - (z_2 - z)^2} \\ c \cdot \Delta t_{34} = \sqrt{(x_3 - x)^2 + (y_3 - y)^2 - (z_3 - z)^2} - \sqrt{(x_4 - x)^2 + (y_4 - y)^2 - (z_4 - z)^2} \end{cases},$$

где  $c$  – скорость света ( $3 \cdot 10^8$  м/с);  $x_k, y_k, z_k$  ( $k = \overline{1,4}$ ) – координаты местоположения передающих пунктов системы;  $\Delta t_{ij}$  – измеренные значения временных невязок между моментами прихода сигналов от  $i$ -го и  $j$ -го наземных передающих пунктов.



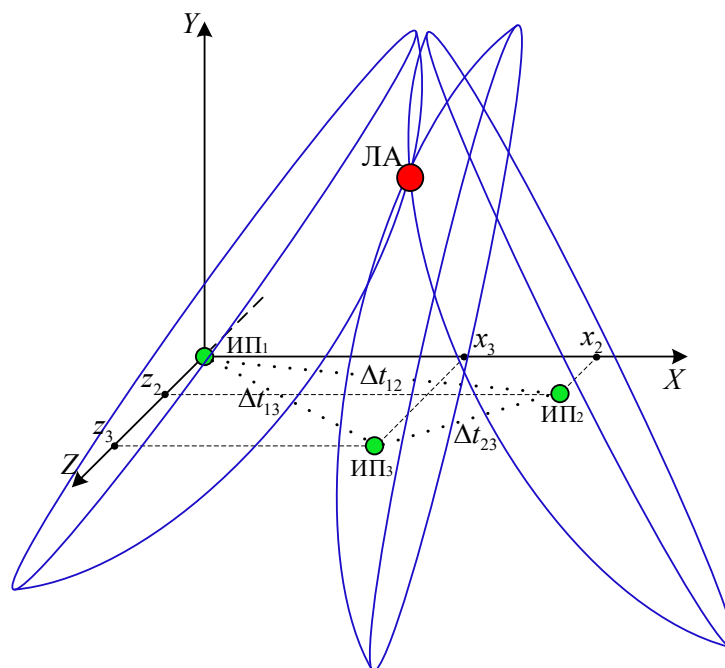


Рисунок 5 – Схема определения координат ЛА при разностно-дальномерном методе измерения

Аналогично дальномерному и угломерному методам измерений координат ЛА применим данную методику обоснования требований к СКО погрешностей измерения временных невязок в регистрации на бортовом устройстве сигналов от различных пар наземных передающих пунктов. Значения этих временных невязок будут определять точность измерительной системы при разностно-дальномерном методе измерения координат ЛА.

Введем вектор СКО погрешностей измерения первичных параметров средствами ТИ  $\Xi_T = [\sigma_{\Delta t_{12}}; \sigma_{\Delta t_{13}}; \sigma_{\Delta t_{32}}; \sigma_{\Delta t_{34}}]^T$  при разностно-дальномерном методе измерения координат траекторий полета ЛА.

Проверка работоспособности предложенной методики была проведена путем моделирования процесса нахождения значений СКО погрешностей измерения временных невязок между моментами прихода сигналов от четырех территориально разнесенных передающих пунктов на бортовое приемное устройство ЛА. Исходные данные, используемые при моделировании, указаны в таблице 3.

На рисунке 6 отображен процесс итерационного поиска оптимального значения вектора  $\Xi_T^{(opt)}$  для заданной точки траектории.

Таблица 3 – Содержание исходных данных для апробации разработанной методики при разностно-дальномерном методе измерения

Наименование характеристики	Обозначение	Численное значение
Координаты ЛА, км	$x_0, y_0, z_0$	25; 15; 50
Координаты передающего пункта №1, км	$x_1, y_1, z_1$	1; 2; 1
Координаты передающего пункта №2, км	$x_2, y_2, z_2$	80; 2; 1
Координаты передающего пункта №3, км	$x_2, y_2, z_2$	1; 2; 75
Координаты передающего пункта №4, км	$x_2, y_2, z_2$	78; 1; 79
Измеренные временные невязки между пунктами 1 и 2, мкс	$t_{12}$	59
Измеренные временные невязки между пунктами 1 и 3, мкс	$t_{13}$	64
Измеренные временные невязки между пунктами 3 и 2, мкс	$t_{32}$	124
Измеренные временные невязки между пунктами 3 и 4, мкс	$t_{34}$	79
Систематические погрешности по измерению координат ЛА, м	$\delta_x, \delta_y, \delta_z$	0; 0; 0
Требования по точности оценки координат ЛА (полуоси эллипсоида рассеяния), м	$a, b, c$	5; 5; 5
Требуемое значение доверительной вероятности	$P_{доe}$	0,85
Значения верхней и нижней границ заданного интервала	$G_{max}, G_{min}$	0,855; 0,845

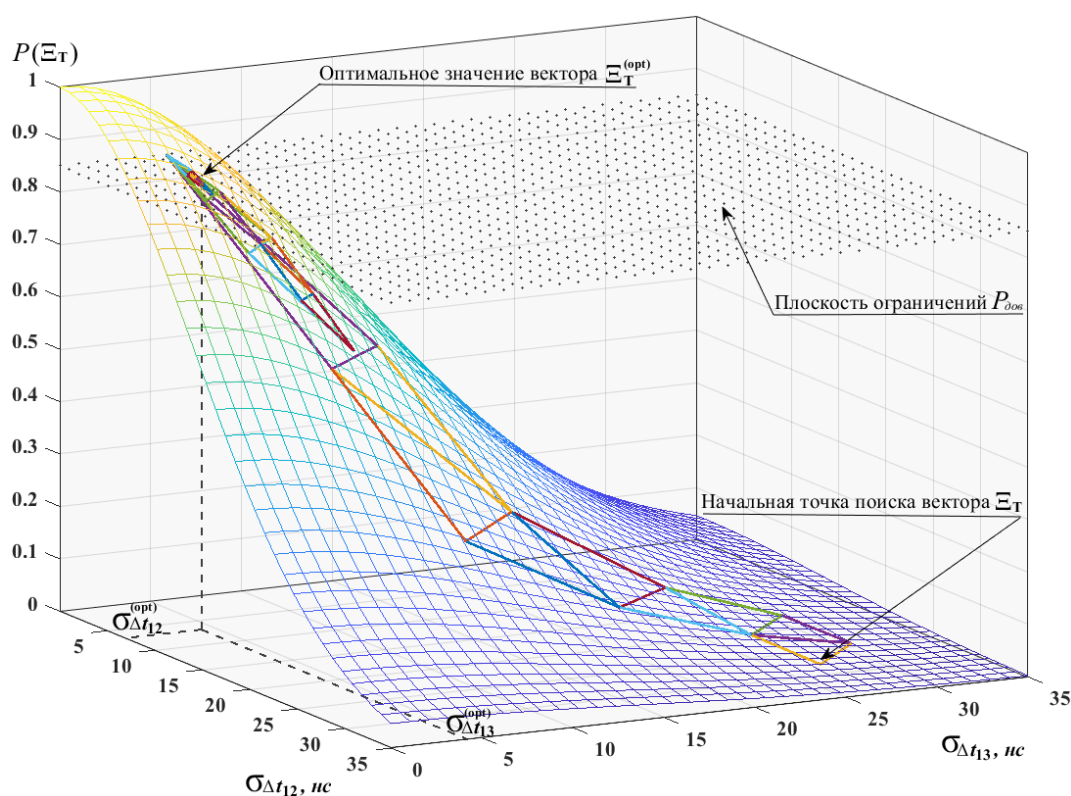


Рисунок 6 – Визуализация процесса поиска оптимального значения вектора  $E_T^{(opt)}$

Моделирование работы рассмотренного алгоритма по определению требований к средствам ТИ по точности измерения ими временных невязок между моментами прихода сигналов от территориально разнесенных передающих пунктов на бортовое приемное устройство ЛА проводилось из начальной точки с координатами  $\sigma_{\Delta t_{12}}^{(0)} = 25$  нс,  $\sigma_{\Delta t_{13}}^{(0)} = 25$  нс.

Полученные значения требований к средствам ТИ по точности измерения ими временных невязок после остановки итерационного процесса имели следующие значения:  $\sigma_{\Delta t_{12}}^{(opt)} = 6,8$  нс,  $\sigma_{\Delta t_{13}}^{(opt)} = 4,2$  нс. Значение функционала  $P(\Xi_T^{(opt)}) = 0,8501$ .

Требования к средствам ТИ по точности измерения ими временных невязок между моментами прихода сигналов  $\sigma_{\Delta t}^{(треб.)}$  от территориально разнесенных пунктов для заданной точки траектории полета ЛА было определено из выражения

$$\sigma_{\Delta t}^{(треб.)} = \min\{\sigma_{\Delta t_{12}}^{(opt)}, \sigma_{\Delta t_{13}}^{(opt)}\} = 4,2 \text{ нс.}$$

Далее алгоритм предусматривает нахождение требований к средствам ТИ по точности измерения ими временных невязок для различных точек плановых траекторий полета ЛА. Из всех найденных значений требований выбирается минимальное значение.

Обобщая результаты исследований, можно сделать вывод о работоспособности разработанной методики обоснования технических требований к перспективным наземным средствам траекторных измерений по точности получения ими первичных измерений.

Таким образом, в статье разработана новая методика к обоснованию требований к средствам траекторных измерений, которая позволяет принимать научно обоснованные решения при разработке технических заданий на создание перспективных средств траекторных измерений, а также при выборе средств ТИ в процессе синтеза траекторных измерительных комплексов.

### Список использованных источников

1. Найденов В.Г., Тарасенко К.А., Першин Е.В. Методический подход к обоснованию требований к перспективным наземным средствам траекторных измерений по точности получения ими первичных измерений // Вооружение и экономика. 2021. №1(55). – С. 95-108.
2. Найденов В.Г., Першин Е.В. Результаты исследования интервального показателя точности траекторного измерительного комплекса // Вооружение и экономика. 2017. №3(40). – С. 14-21.
3. Найденов В.Г., Тарасенко К.А. Разработка алгоритма решения задачи нелинейного математического программирования с ограничениями в виде равенства в области изменения исследуемого функционала // Вооружение и экономика. 2021. №4(58). – С. 61-72.
4. Химмельблау Д. Прикладное нелинейное программирование / Под ред. М.Л. Быховского. М.: Мир, 1975. – 534 с.
5. Зайдель А.Н. Погрешности измерений физических величин. Л.: Наука, 1985. – 112 с.
6. Жданюк Б.Ф. Основы статистической обработки траекторных измерений. М.: Советское радио, 1978. – 384 с.
7. Бычков С.И. Космические радиотехнические комплексы. М.: Советское радио, 1967. – 582 с.
8. Дьяконов В.П. MATLAB 6.5 SP1/7 + Simulink 5/6. Основы применения. М.: СОЛОН-Пресс, 2005. – 800 с.
9. Черняк В.С. Многопозиционная радиолокация. М.: Радио и связь, 1993. – 415 с.
10. Шибшаевич В.С., Дмитриев П.П., Иванцевич Н.В. Сетевые спутниковые радионавигационные системы. 2-е изд. М.: Радио и связь, 1993. – 414 с.