

УДК 629.7.018

Г.Н. МАЛЬЦЕВ, доктор технических наук,
профессор**Д.В. СКЛЕМИН**, кандидат технических наук

ОПТИМИЗАЦИЯ ТРЕБОВАНИЙ К ПОКАЗАТЕЛЯМ ДОСТОВЕРНОСТИ ПРИ МНОГОЭТАПНОМ КОНТРОЛЕ ТЕХНИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ ОБЪЕКТА ИСПЫТАНИЙ ПО КРИТЕРИЮ МИНИМАЛЬНОЙ СТОИМОСТИ ИСПЫТАНИЙ

По мере технического усложнения средств вооружения и военной техники все более значительной в процессе их создания становится роль испытаний. Обеспечение достоверности контроля технического состояния средств вооружения и военной техники при их испытаниях является важнейшим условием обеспечения достоверности результатов каждого этапа испытаний и многоэтапных испытаний в целом. Однако повышение достоверности контроля технического состояния изделий на каждом этапе испытаний увеличивает стоимость как этапа, так и всего цикла испытаний. В настоящей статье для принятой модели повышения надежности объекта испытаний в процессе испытаний решается задача оптимизации требований к показателям достоверности многоэтапного контроля технического состояния объекта испытаний с обеспечением минимальной стоимости всего цикла испытаний, что позволит задавать оптимальные уровни достоверности на различных этапах многоэтапного контроля при минимальных затратах на весь цикл испытаний.

Ключевые слова: испытания; техническая система; достоверность контроля; техническое состояние.

Введение

Современные комплексы средств вооружения и военной техники являются сложными техническими системами. В процессе их создания и экспериментальной отработки проводится большой объем испытаний, направленных на получение экспериментальных данных о технических характеристиках и надежности, контроль качества создаваемых изделий и установления соответствия их характеристик заданным требованиям [1; 2]. По мере повышения требований к характеристикам средств вооружения и военной техники и связанного с этим их технического усложнения роль испытаний в процессе создания средств вооружения и военной техники становится все более значительной. Так, при разработке современных изделий авиационной и ракетно-космической техники из-за невозможности получения адекватного теоретического описания примерно до 40% всех возникающих проблем решаются в процессе многоэтапных испытаний создаваемых изделий¹. При этом процесс испытаний сложных технических систем может рассматриваться в широком смысле – не только применительно к их экспериментальной отработке на этапе создания и постановки на производство, но и применительно к этапу эксплуатации, на котором подготовка к применению сложных технических систем, как правило, включает проведение многочисленных автономных и комплексных проверок².

¹ Александровская Л.Н., Круглов В.И., Кузнецов А.Г., Кузнецов В.А., Кутин А.А., Шолом А.М. Теоретические основы испытаний и экспериментальная отработка сложных технических систем: учеб. пособие. М.: Логос, 2003. – 736 с.

² Северцев Н.А. Надёжность сложных систем в эксплуатации и отработке: учеб. пособие. М.: Высшая школа, 1989. – 431 с.; Дорохов А.Н., Керножицкий В.А., Миронов А.Н., Шестопалова О.Л. Обеспечение надежности сложных технических систем: учебник. СПб.: Лань, 2017. – 352 с.

Одной из основных операций на любом этапе испытаний является контроль технического состояния объекта испытаний (ОИ). Интегральной характеристикой качества контроля технического состояния ОИ является достоверность результатов контроля, определяемая как степень объективного соответствия результатов контроля действительному техническому состоянию ОИ. При увеличении роли и объема испытаний в процессе создания средств вооружения и военной техники обеспечение достоверности контроля их технического состояния при испытаниях становится важнейшим условием обеспечения достоверности результатов каждого этапа испытаний и многоэтапных испытаний в целом. Однако повышение достоверности контроля технического состояния ОИ на каждом этапе испытаний связано с увеличением стоимости данного этапа испытаний. Это, в частности, имеет место при обеспечении требуемой достоверности контроля технического состояния ОИ за счет увеличения полноты испытаний и количества контрольных проверок.

В этих условиях может быть поставлена задача оптимизации требований к показателям достоверности многоэтапного контроля технического состояния ОИ с обеспечением минимальной стоимости всего цикла испытаний. Приведенное в настоящей статье решение данной задачи дает возможность задавать оптимальные уровни достоверности на различных этапах многоэтапного контроля при минимальных затратах на весь цикл испытаний.

1. Аналитические выражения для определения оптимальных объемов автономных и комплексных испытаний объекта испытаний и его составных частей

Многоэтапные испытания сложных технических систем, состоящих из структурных элементов (составных частей), представляют собой последовательные испытания, которые проводятся на все более высоких иерархических уровнях представления сложной технической системы, являющейся ОИ. При испытаниях сложных технических систем в ряде случаев можно полагать, что стоимость одной проверки технического состояния ОИ или его составной части задана и не зависит от объема испытаний, проводимых на данном этапе [3]. Такая ситуация имеет место, например, при проведении автономных испытаний (АИ) составных частей и комплексных испытаний (КИ) сложных технических систем в целом с использованием специальных испытательных стендов и по отработанным технологическим циклам контрольных проверок. Если полагать, что объем испытаний ОИ или его составной части характеризуется числом проводимых проверок и стоимость одной проверки является постоянной и не зависит от объема испытаний, то может быть получено аналитическое решение задачи оптимизации требований к показателям достоверности многоэтапного контроля технического состояния ОИ с обеспечением минимальной стоимости всего цикла испытаний для случая последовательного проведения АИ составных частей сложной технической системы и ее КИ в целом.

Основой оптимизации требований к показателям достоверности многоэтапного контроля технического состояния сложной технической системы с обеспечением минимальной стоимости всего цикла испытаний являются аналитические или эмпирические выражения, дающие оценку требуемого числа проверок на одном этапе испытаний $N_{\text{треб}}$, необходимого для достижения требуемого уровня достоверности оценки технического состояния ОИ. Случайный характер возникновения неисправностей и ошибок при контроле технического состояния ОИ приводит к тому, что основными показателями достоверности контроля технического состояния являются вероятностные показатели [4]. Рекомендуемыми стандартизованными показателями достоверности контроля технического состояния являются вероятности ошибок первого рода α (ложного отказа) и второго рода β (необнаруженного отказа)³. Эти вероятности объединяются показателем достоверности D , который определяется как апостериорная вероятность правильного заключения об исправности ОИ по результатам контроля его технического состояния [2].

Показатель достоверности D представляет собой условную апостериорную вероятность исправного состояния ОИ после проведения этапа испытаний. В результате проведения цикла испытаний достоверность оценки технического состояния ОИ повышается от начального уровня, характеризуемого вероятностью исправного состояния ОИ к началу испытаний P , до уровня D . Для описания взаимосвязи числа проверок N с вероятностными показателями P и до уровня D может быть использовано выражение⁴:

$$N = \frac{1}{A} \ln \frac{1-P}{1-D}, \quad (1)$$

где A – коэффициент эффективности анализируемого этапа испытаний, принимающий значения $A \leq 1$.

При научно обоснованных программах и технологических циклах испытаний можно полагать $A = 1$. Выражение (1) соответствует экспоненциальной модели повышения надежности ОИ в процессе испытаний. Оно позволяет определить число проверок $N_{\text{треб}}$, необходимых для достижения требуемого показателя достоверности $D_{\text{треб}}$ при заданных значениях P и A . При этом полагается, что при многоэтапном контроле технического состояния ОИ достигнутая достоверность контроля на предыдущем этапе испытаний D определяет начальную надежность P для последующего этапа испытаний [5; 6].

Соответствующая выражению (1) зависимость достижимой достоверности контроля технического состояния ОИ D от числа проверок N и начального уровня надежности ОИ, характеризуемой вероятностью исправного состояния ОИ к началу испытаний P , имеет вид:

$$D = 1 - \frac{1-P}{\exp(NA)}. \quad (2)$$

Очевидно, что должны рассматриваться значения $N \geq 1$, поэтому областью применения выражения (1) является область значений показателя достоверности контроля $D \geq 1 - (1 - P) \exp(-A)$.

³ ГОСТ 20911-89. Техническая диагностика. Термины и определения. М., 2009.

⁴ Черкесов Г.Н. Надежность аппаратно-программных комплексов: учеб. пособие. СПб.: Питер, 2005. – 479 с.

На рисунке 1 приведены графики зависимостей показателя достоверности D от числа проверок N при $A = 1$ и различных начальных уровнях надежности ОИ P . Кривая 1 соответствует $P = 0,5$, кривая 2 – $P = 0,8$, кривая 3 – $P = 0,9$, кривая 4 – $P = 0,95$. Из графиков видно, что уже при числе проверок $N = 5$ показатель достоверности D приближается к единичному уровню даже при низком начальном уровне надежности ОИ ($P = 0,5$).

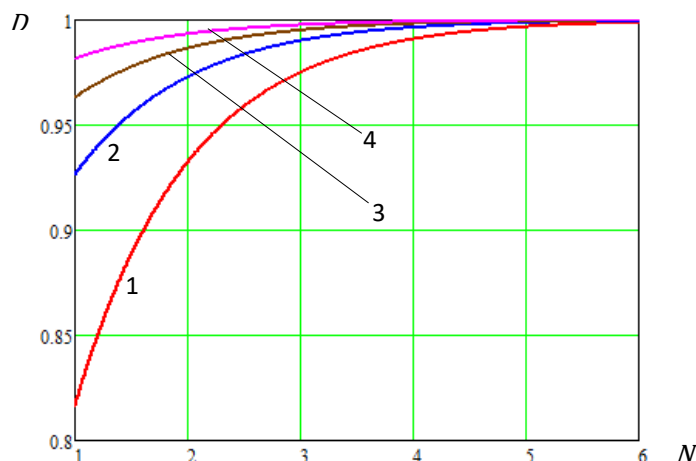


Рисунок 1 – Зависимость показателя достоверности D от числа проверок N при различных начальных уровнях надежности ОИ

Для отдельной проверки рассматриваемый показатель достоверности D связан с априорными вероятностями ошибок первого и второго рода α и β выражением [2]:

$$D = \frac{P(1-\alpha)}{P(1-\alpha)+(1-P)\beta}. \quad (3)$$

Приравнивая выражения для показателя достоверности D (2) и (3) при $A = 1$ и $N = 1$ получаем:

$$\frac{\beta}{1-\alpha} = \frac{P}{e-1+P}. \quad (4)$$

На рисунке 2 приведены графики зависимостей величины $\frac{\beta}{1-\alpha}$ от вероятности исправного состояния ОИ на момент начала испытаний P в представляющей практической интерес области значений $0,5 \leq P \leq 1$. Анализ показывает, что в соответствующей области значений величины $\frac{\beta}{1-\alpha}$ вероятности ошибок первого и второго рода α и β , характеризующие систему контроля для отдельной проверки, принимают значения $\alpha < 0,5$ и $\beta < 0,3$. Таким образом, выражение для показателя достоверности (2) соответствует средним (по достоверности) параметрам системы контроля.

С использованием выражения (1) может быть решена задача оптимизации уровней достоверности контроля технического состояния ОИ на различных этапах многоэтапного контроля при минимальных затратах на весь цикл испытаний при последовательном проведении АИ составных частей сложной технической системы и ее КИ и при последовательном проведении нескольких КИ сложной технической

системы. Исходными данными для решения задачи оптимизации являются: вероятности исправного состояния (уровни надежности) составных частей ОИ P_i к началу проведения АИ, коэффициенты эффективности АИ составных частей ОИ $A_{АИi}$, стоимости одной проверки составных частей ОИ при проведении АИ $C_{АИi}$, коэффициент эффективности КИ ОИ $A_{КИ}$, стоимость одной проверки ОИ при проведении КИ $C_{КИ}$, требуемый уровень достоверности контроля технического состояния ОИ на момент завершения КИ $D_{\text{треб}}$, $i = 1, \dots, Z$, где Z – число составных частей ОИ. Для стоимостей одной проверки составных частей ОИ при проведении АИ $C_{АИi}$ и проверки ОИ при проведении КИ $C_{КИ}$ всегда выполняется соотношение $C_{КИ} > C_{АИi}$.

Суммарные затраты на проведение АИ Z составных частей ОИ и КИ ОИ в целом, выступающие в качестве целевой функции стоимости, определяются выражением:

$$C = \sum_{i=1}^Z C_{АИi} N_{АИi} + C_{КИ} N_{КИ}, \tag{5}$$

где $N_{АИi}$ – количество проверок i -й составной части ОИ при проведении АИ, $i = 1, \dots, Z$; $N_{КИ}$ – количество проверок ОИ при проведении КИ.

Определяя величины $N_{АИi}$ и $N_{КИ}$ выражениями вида (1) и подставляя их в выражение (5), получаем выражение для суммарных затрат на проведение многоэтапных АИ и КИ:

$$C = \sum_{i=1}^Z \frac{C_{АИi}}{A_{АИi}} \ln \frac{1-P_i}{1-D_{АИ}^{(i)}} + \frac{C_{КИ}}{A_{КИ}} \ln \frac{1-P_{КИ}}{1-D_{КИ}}, \tag{6}$$

где $D_{АИ}^{(i)}$ – достоверность контроля технического состояния i -й составной части ОИ по результатам АИ;

$P_{КИ}$ – вероятность исправного состояния (уровень надежности) ОИ в целом после завершения АИ его составных частей и перед началом КИ;

$D_{КИ}$ – достоверность контроля технического состояния ОИ по результатам КИ.

Вероятность исправного состояния ОИ перед началом КИ в предположении независимости результатов АИ его составных частей определяется выражением:

$$P_{КИ} = \prod_{i=1}^Z D_{АИ}^{(i)}. \tag{7}$$

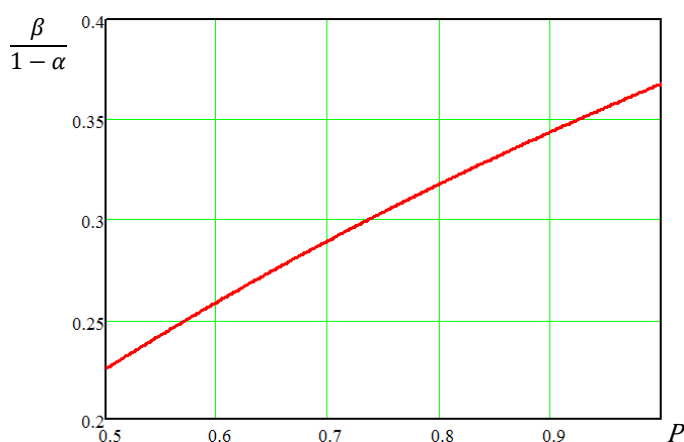


Рисунок 2 – Зависимость величины $\frac{\beta}{1-\alpha}$ от вероятности исправного состояния ОИ на момент начала испытаний P

Оптимальные значения $D_{AI}^{(i)}$, $i = 1, \dots, Z$, обеспечивающие минимальную стоимость всего цикла испытаний C , определяемую выражением (6), и достоверность результирующей достоверности оценки технического состояния ОИ по результатам КИ $D_{КИ} = D_{\text{треб}}$ могут быть найдены из системы Z уравнений, полученных приравнением к нулю частных производных целевой функции (6) по переменным $D_{AI}^{(i)}$: $\frac{\partial C}{\partial D_{AI}^{(i)}} = 0$. Результат решения системы уравнений дает искомые значения $D_{AI}^{(i)}$, $i = 1, \dots, Z$, обеспечивающие минимальную величину C при заданных P_i , A_{AIi} , C_{AIi} , $A_{КИ}$, $C_{КИ}$ и $D_{\text{треб}}$.

Вычисляя частные производные $\frac{\partial C}{\partial D_{AI}^{(i)}}$, $i = 1, \dots, Z$, и приравнивая их к нулю, получаем после преобразований систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{S_{AI1} P_1}{1 - D_{AI}^{(1)}} = \frac{S_{КИ} D_{\text{треб}}}{1 - P_{КИ}} \\ \frac{S_{AI2} P_2}{1 - D_{AI}^{(2)}} = \frac{S_{КИ} D_{\text{треб}}}{1 - P_{КИ}} \\ \dots \\ \frac{S_{AI Z} P_Z}{1 - D_{AI}^{(Z)}} = \frac{S_{КИ} D_{\text{треб}}}{1 - P_{КИ}} \end{cases} \quad (8)$$

где использованы обозначения $\frac{C_{AIi}}{A_{AIi}} = S_{AIi}$ и $\frac{C_{КИ}}{A_{КИ}} = S_{КИ}$.

С учетом выражения (7), определяющего уровень надежности ОИ перед началом КИ $P_{КИ}$, получаем общее выражение для оптимальной достоверности АИ i -й составной части ОИ:

$$D_{AI}^{(i)} = \frac{S_{КИ} D_{\text{треб}} - S_{AIi} P_i}{S_{КИ} D_{\text{треб}} - S_{AIi} P_i \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^Z D_{AI}^{(j)}} \quad (9)$$

Следует отметить, что выражение (7), соответствующее предположению о независимости результатов АИ составных частей ОИ, предопределяет весьма жесткие требования к достоверности контроля технического состояния каждой составной части ОИ $D_{AI}^{(i)}$, поскольку результирующая вероятность исправного состояния ОИ $P_{КИ}$ после завершения АИ его составных частей и перед началом КИ будет меньше каждой из величин $D_{AI}^{(i)}$, $i = 1, \dots, Z$. Поэтому вытекающие из выражения (9) требования к достоверности АИ составных частей ОИ $D_{AI}^{(i)}$ всегда будут таковы, что для заданного значения $D_{КИ} = D_{\text{треб}}$ должно выполняться $D_{AI}^{(i)} > D_{\text{треб}}$.

Выражение (9) определяет оптимальные значения показателя достоверности АИ составных частей ОИ $D_{AI}^{(i)}$, $i = 1, \dots, Z$, при достижении которых экономически целесообразно переходить к КИ, при требуемой достоверности результирующей достоверности оценки технического состояния ОИ по результатам КИ $D_{\text{треб}}$. При этом достоверность контроля технического состояния каждой составной части ОИ в процессе АИ и контроля технического состояния ОИ в целом в процессе КИ обеспечивается выбором требуемого количества проверок N_{AIi} , $i = 1, \dots, Z$, и $N_{КИ}$ в соответствии с выражением (1), а общая стоимость АИ и КИ определяется выражением (5).

2. Методика численного решения задачи определения оптимальных объемов автономных и комплексных испытаний объекта испытаний и его составных частей

Определение оптимальных уровней достоверности контроля технического состояния составных частей ОИ в процессе АИ и ОИ в целом в процессе КИ с использованием выражения (9), характеризуемых значениями $D_{\text{АИ}}^{(i)}$, $i = 1, \dots, Z$, осуществляется численными итерационными методами. Даже в предельном частном случае при $S_{\text{АИ}i} = S_{\text{АИ}}$, $D_{\text{АИ}}^{(i)} = D_{\text{АИ}}$, $i = 1, \dots, Z$ выражение (9) сводится к уравнению Z -й степени относительно $D_{\text{АИ}}$, имеющему два корня, один из которых $D_{\text{АИ}} = 1$ не удовлетворяет условию физической реализуемости, а второй, имеющий значение $D_{\text{АИ}} < 1$ и являющийся решением задачи, ищется численными методами решения уравнений высших степеней.

В общем случае при итерационном определении оптимальных значений показателя достоверности АИ составных частей ОИ в качестве первого приближения задаются некоторые начальные значения показателей достоверности $D_{\text{АИ}}^{(i)}$, $i = 1, \dots, Z$, которые на последующих итерациях уточняются по результатам расчетов целевой функции (6). Приведем в качестве примера алгоритм итерационного расчета показателей достоверности $D_{\text{АИ}}^{(i)}$, $i = 1, \dots, Z$, определяемых выражением (9) методом бисекций⁵.

Алгоритм включает следующие шаги:

1. Задается требуемая точность ε вычисления искомых значений $D_{\text{АИ}}^{(i)}$, $i = 1, \dots, Z$.
2. Задаются начальные нижняя и верхняя границы интервала изменения достоверности контроля технического состояния составных частей ОИ P_{\min} и P_{\max} . Величина P_{\min} определяется как минимальное значение начального уровня надежности по всем составным частям ОИ: $P_{\min} = \min_i P_i$, $i = 1, \dots, Z$, величина P_{\max} полагается равной единице: $P_{\max} = 1$.
3. Определяется среднее значение интервала $[P_{\min}, P_{\max}]$ $P_{\text{ср}} = \frac{P_{\max} - P_{\min}}{2}$, которое выбирается в качестве первого приближения для искомых величин $D_{\text{АИ}}^{(i)}$: $P_{\min_i} = P_{\min}$, $P_{\max_i} = P_{\max}$, $P_{\text{ср}_i} = \frac{P_{\max_i} - P_{\min_i}}{2}$, $D_{\text{АИ}}^{(i)} = P_{\text{ср}_i}$, $i = 1, \dots, Z$. Задается номер итерации $m = 1$.
4. Принимается $D_{\text{АИ}}^{(i)} = P_{\text{ср}_i} - \varepsilon$, $i = 1, \dots, Z$ и по формуле (9) рассчитываются новые значения $D_{\text{АИ}}^{(i)}$, $i = 1, \dots, Z$.
5. Для полученных на шаге 4 значений $D_{\text{АИ}}^{(i)}$, $i = 1, \dots, Z$ по формуле (6) рассчитывается целевая функция стоимости $C_{i_m}^{(-)}$ с присвоением ей номера итерации m .
6. Принимается $D_{\text{АИ}}^{(i)} = P_{\text{ср}_i} + \varepsilon$, $i = 1, \dots, Z$ и по формуле (9) рассчитываются новые значения $D_{\text{АИ}}^{(i)}$, $i = 1, \dots, Z$.
7. Для полученных на шаге 6 значений $D_{\text{АИ}}^{(i)}$, $i = 1, \dots, Z$ по формуле (6) рассчитывается целевая функция стоимости $C_{i_m}^{(+)}$ с присвоением ей номера итерации m .

⁵ Волков Е.А. Численные методы: учеб. пособие. 2-е изд. М.: Наука, 1987. – 248 с.

8. Сравниваются значения целевой функции стоимости $C_{i_m}^{(-)}$ и $C_{i_m}^{(+)}$, полученные на шагах 5 и 7. Если $C_{i_m}^{(-)} > C_{i_m}^{(+)}$, то P_{min_i} заменяется на $P_{ср_i}$, если $C_{i_m}^{(-)} < C_{i_m}^{(+)}$, то P_{max_i} заменяется на $P_{ср_i}$.

9. Принимается новое значение $D_{AI}^{(i)} = \frac{P_{max_i} - P_{min_i}}{2}$, $i = 1, \dots, Z$.

10. Проверяется условие по точности вычислений: $P_{max_i} - P_{min_i} \leq \varepsilon$. Если условие по точности не выполняется, то задается номер итерации $m = m + 1$ и вновь последовательно выполняются шаги 4-9. Если условие по точности выполняется, то соответствующие m -й итерации значения $D_{AI}^{(i)}$, $i = 1, \dots, Z$ принимаются за оптимальные по критерию минимума общих затрат на проведение АИ и КИ уровни достоверности АИ составных частей ОИ.

После определения оптимальных значений $D_{AI}^{(i)}$, $i = 1, \dots, Z$ по формуле (1) определяются требуемые объемы АИ составных частей ОИ N_{AII} , $i = 1, \dots, Z$, затем по формуле (7) определяется уровень достоверности оценки технического состояния ОИ перед началом КИ $P_{КИ} = D_{AI}^{(Z)}$ и по формуле (1) определяется требуемый объем КИ $N_{КИ}$. Общая закономерность определения оптимальных значений показателей достоверности для АИ различных составных частей ОИ $D_{AI}^{(i)}$ состоит в том, что этапы испытаний, характеризующихся более высокой стоимостью, проводятся с меньшей результирующей достоверностью $D_{AI}^{(i)}$. Покажем это на примере.

Из системы уравнений (8) следует, что оптимальные уровни достоверности АИ составных частей ОИ удовлетворяют следующему равенству:

$$\frac{S_{AI1} P_{AI1}}{1 - D_{AI}^{(1)}} = \frac{S_{AI2} P_{AI2}}{1 - D_{AI}^{(2)}} = \dots = \frac{S_{AIz} P_{AIz}}{1 - D_{AI}^{(z)}}. \quad (10)$$

Преобразовав с учетом выражения (10) i -е уравнение системы уравнений (8), получаем уравнение связи между оптимальными уровнями достоверности контроля технического состояния при проведении АИ i -й и любой другой j -й составных частей ОИ:

$$D_{AI}^{(i)} = \frac{S_{AIj} P_{AIj} - S_{AIi} P_{AIi} [1 - D_{AI}^{(j)}]}{S_{AIj} P_{AIj}}. \quad (11)$$

Пусть $Z = 2$ и $P_{AI1} = P_{AI2}$. Тогда из выражения (11) следует, что при $S_{AI1} = S_{AI2}$ выполняется $D_{AI}^{(1)} = D_{AI}^{(2)}$, при $S_{AI1} > S_{AI2}$ — $D_{AI}^{(1)} < D_{AI}^{(2)}$, а при $S_{AI1} < S_{AI2}$ — $D_{AI}^{(1)} > D_{AI}^{(2)}$.

Выражение (9) и определение на его основе оптимальных уровней достоверности контроля технического состояния составных частей ОИ в процессе АИ и ОИ в целом в процессе КИ составляет основу расчетного метода определения требований к показателям достоверности при многоэтапном контроле технического состояния сложных технических систем с обеспечением минимальной стоимости всего цикла испытаний. Предполагается, что заданы априорные вероятности исправного состояния составных частей ОИ перед началом АИ P_{AII} , стоимости проверок технического состояния составных частей ОИ C_{AII} и ОИ в целом $C_{КИ}$ на каждом этапе испытаний и требуемая достоверность контроля технического состояния ОИ на момент окончания всего цикла испытаний $D_{треб} = D_{КИ}$. Критерием оптимальности

является минимум суммарных затрат на проведение всего цикла испытаний, определяемых выражением (5), что имеет важное значение при проведении экспериментальной отработки сложных технических систем в условиях ресурсных ограничений.

Найденные оптимальные значения показателей достоверности контроля технического состояния составных частей ОИ $D_{АИ}^{(i)}$, $i = 1, \dots, Z$ и достоверности контроля технического состояния ОИ в целом $D_{КИ} = D_{\text{треб}}$ на различных этапах многоэтапных испытаний обеспечиваются соответствующим объемом испытаний (проверок) на каждом этапе $N_{АИi}$ и $N_{КИ}$. Полученные результаты соответствуют характеризующим систему контроля вероятностям ошибок первого и второго рода α и β для отдельной проверки, удовлетворяющим условию (4).

Рассмотренная методика оптимизации уровней достоверности технического состояния ОИ при проведении многоэтапных испытаний сохраняется и при произвольных значениях параметров системы контроля α_0 и β_0 , если для используемой системы контроля известна оценка требуемого количества проверок на одном этапе испытаний $N_{\text{треб}}$, необходимого для доведения достоверности оценки технического состояния ОИ от начального уровня надежности P до уровня D , аналогичная использованной оценке (1).

Так, для формализованного описания достоверности контроля технического состояния ОИ в виде (3) выражение, связывающее величину показателя достоверности D при многократном контроле с числом проверок N , может быть получено при подстановке в выражение (3) значений вероятностей ошибок первого и второго рода $\alpha = \alpha_{(N)}$ и $\beta = \beta_{(N)}$ при N проверках, определяемых выражениями [6]:

$$\alpha_{(N)} = 2\alpha_0 \left(1 - \frac{1}{2^N}\right), \quad (12)$$

$$\beta_{(N)} = \frac{\beta_0}{2^{N-1}}, \quad (13)$$

где α_0 и β_0 – вероятности ошибок первого и второго рода при одной проверке.

Анализ выражения (12) показывает, что многократный контроль приводит к увеличению результирующей вероятности ошибки первого рода $\alpha_{(N)}$ по сравнению с вероятностью ошибки первого рода α_0 при однократном контроле. Это является следствием отбраковки ОИ в случае ложного отказа и прекращением испытаний. Однако порядок величины вероятности ошибки первого рода при этом сохраняется, и максимальное ее увеличение не превышает 2 раз. На рисунке 3 приведены рассчитанные по формуле (12) зависимости $\alpha_{(N)}$ от α_0 при различных N . Кривая 1 соответствует $N = 1$, кривая 2 – $N = 5$, кривая 3 – $N = 10$. Из графиков видно, что зависимости, соответствующие $N = 5$ и $N = 10$, отличаются незначительно и практически совпадают с предельной зависимостью $\alpha_{(N)} = 2\alpha_0$.

Анализ выражения (13) показывает, что многократный контроль приводит к уменьшению результирующей вероятности ошибки второго рода $\beta_{(N)}$ по сравнению с вероятностью ошибки второго рода β_0 при однократном контроле, причем при $N > 1$ обеспечивается $\beta_{(N)} \rightarrow 0$. Это обусловлено тем, что в случае необнаруженного отказа испытания продолжают, и отказы, не обнаруженные при предыдущих проверках, могут быть

обнаружены при последующих проверках. Поэтому с увеличением числа проверок величина вероятности ошибки второго рода быстро уменьшается. Так, при $N = 5$ уменьшение $\beta_{(N)}$ по сравнению с β составляет 16 раз. На рисунке 4 приведены рассчитанные по формуле (13) зависимости $\beta_{(N)}$ от β_0 при различных N . Полагалось $\alpha_0 = 0,2$. Кривая 1 соответствует $N = 1$, кривая 2 – $N = 5$, кривая 3 – $N = 10$. Из графиков видно, что с увеличением N величина $\beta_{(N)}$ резко уменьшается и стремится к нулю, и приведенные зависимости практически совпадают с предельной зависимостью $\beta_{(N)} = \frac{\beta_0}{2^{N-1}}$.

Подставив выражения (12) и (13) в выражение (3) после преобразований получаем:

$$D = \frac{P(2^{N-1}-2^N\alpha_0+\alpha_0)}{P(2^{N-1}-2^N\alpha_0+\alpha_0)+(1-P)\beta_0}. \tag{14}$$

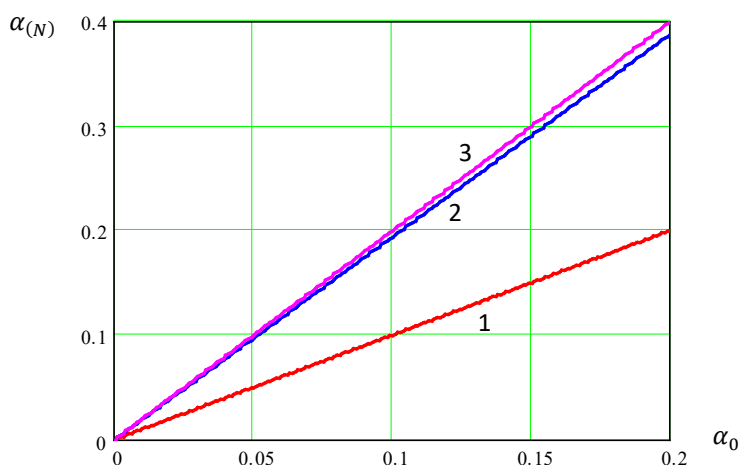


Рисунок 3 – Вероятность ошибки первого рода при многоэтапных испытаниях $\alpha_{(N)}$ в зависимости от вероятности ошибки первого рода на отдельном этапе α_0

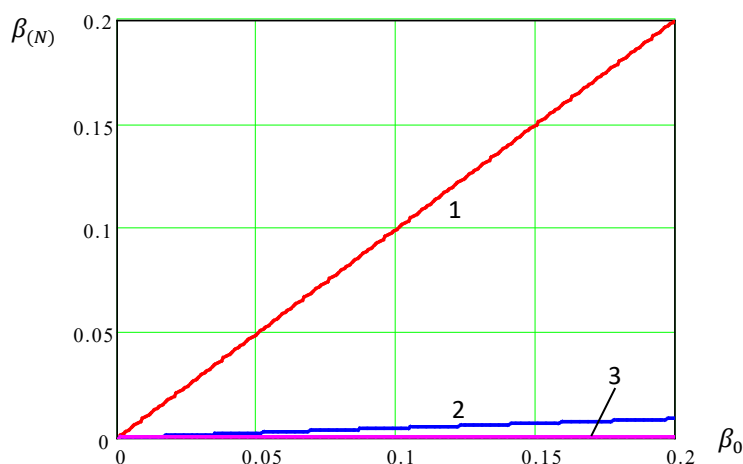


Рисунок 4 – Вероятность ошибки второго рода при многоэтапных испытаниях $\beta_{(N)}$ в зависимости от вероятности ошибки второго рода на отдельном этапе β_0

Выражение (14) позволяет выразить требуемое количество проверок на одном этапе испытаний $N_{\text{треб}}$, необходимое для доведения достоверности оценки технического состояния ОИ от начального уровня надежности P до требуемого уровня $D_{\text{треб}}$:

$$N_{\text{треб}} = \frac{1}{A} \left[1 + \log_2 \frac{D_{\text{треб}} \beta_0 (1-P) - P \alpha_0 (1-D_{\text{треб}})}{P(1-2\alpha_0)(1-D_{\text{треб}})} \right]. \quad (15)$$

В выражение (15) для приведения к одинаковому виду с выражением (1) введен коэффициент $\frac{1}{A}$, учитывающий эффективность анализируемого этапа испытаний.

Выражение (15), как и выражение (1), определяет требуемое число проверок в зависимости от начального P и конечного D уровней достоверности оценки технического состояния ОИ, а также от характеризующих систему контроля вероятностей ошибок первого и второго рода α_0 и β_0 для отдельной проверки. Однако получение путем аналитических преобразований выражения (15) оптимальных значений показателей достоверности отдельных проверок $D_{\text{АИ}}^{(i)}$, $i = 1, \dots, Z$, аналогичных (9), затруднено сложностью решения систем уравнений, получающихся приравнением к нулю частных производных $\frac{\partial C}{\partial D_{\text{АИ}}^{(i)}}$ и $\frac{\partial C}{\partial D_{\text{КИ}}}$. В результате при формализованном описании достоверности в виде (3) использование численных методов может потребоваться сначала при решении системы уравнений для показателей достоверности $D_{\text{АИ}}^{(i)}$, а затем для их совместной оптимизации. Удобство выражения (1) состоит в возможности аналитического решения системы уравнений для нахождения оптимальных значений $D_{\text{АИ}}^{(i)}$, хотя при этом не исключается использование численных итерационных методов.

Заключение

При планировании испытаний сложных технических систем распределение объемов (числа) испытаний между различными этапами (уровнями) испытаний, обеспечивающее в заданных для каждого этапа условиях испытаний максимальную или заданную эффективность, называется нормированием требований к различным этапам испытаний. Рассмотренная оптимизационная задача, по сути, является задачей нормирования уровней достоверности между этапами АИ и КИ. Ее решение позволяет оптимальным образом распределить затраты на проведение различных видов испытаний (АИ и КИ) при многоэтапном контроле технического состояния ОИ и одновременно обеспечить требуемую достоверность результирующей оценки технического состояния ОИ на заключительном этапе его КИ. Полученные результаты соответствуют достаточно высокому уровню общности при формализации процесса многоэтапных испытаний и могут быть использованы при предварительном планировании экспериментальной отработки широкого класса средств вооружения и военной техники, являющихся сложными техническими системами. Полученные оценки оптимальных объемов испытаний могут в дальнейшем уточняться с использованием систем информационной поддержки экспериментальной отработки и по результатам испытаний ранее выпущенных образцов или прототипов ОИ.

Список использованных источников

1. Афанасьев В.А., Барсуков В.С., Гофин М.Я., Захаров Ю.В., Стрельченко А.Н., Шалунов Н.П. Экспериментальная отработка космических летательных аппаратов / Под ред. Н.В. Холодкова. М.: МАИ, 1994. – 412 с.
2. Боев С.Ф., Линкевичиус А.П., Логовский А.С., Рахманов А.А., Тимошенко А.В. Управление созданием и эксплуатацией радиолокационных систем дальнего обнаружения: монография / Под ред. С.Ф. Боева. М.: Научная книга, 2019. – 424 с.
3. Буренок В.М., Лавринов Г.А., Подольский А.Г. Оценка стоимостных показателей высокотехнологичной продукции. М.: Граница, 2012. – 423 с.
4. Мощные надгоризонтные РЛС дальнего обнаружения: разработка, испытания, функционирование: монография / Под ред. С.Ф. Боева. М.: Радиотехника, 2013. – 168 с.
5. Калинин А.А., Меньшиков В.А., Мирош Ю.М., Медушевский Л.С. Квадранты качества. Снижение уровня дефектности систем // Электроника: наука, технология, бизнес. 2001. №4. – С. 42-44.
6. Мальцев Г.Н., Якимов В.Л. Достоверность многоэтапного контроля технического состояния объектов испытаний // Информационно-управляющие системы. 2018. №1. – С. 49-57.